

第1期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.D

提示:集合M中的元素应满足: $-2 < x < 1$ .因为 $-\frac{\pi}{2}$ 在这个范围中,所以 $-\frac{\pi}{2} \in M$ .

2.B

提示: $P$ 中元素有 $(2,1), (1,2)$ ,共2个.

3.A

提示:因为 $\sqrt{x^2} = |x|$ ,  $\sqrt[3]{x^3} = x$ ,所以当 $x=0$ 时,这几个实数均为0;当 $x>0$ 时,它们分别是 $x, -x, x, x, x$ ;当 $x<0$ 时,它们分别是 $x, -x, -x, -x, x$ ,均最多表示两个不同的数.故集合中元素最多有2个.

4.C

提示:集合A为列举法,集合B,C,D均为描述法表示集合,其中集合B省略了代表元素和竖线.

5.A

提示:由于选项A中P,Q元素完全相同,所以P与Q表示同一个集合,而选项B,C,D中元素不相同,所以P与Q不能表示同一个集合.

6.C

7.B

提示:因为 $A \cup B = \{1, 2, 4, 6\}$ ,所以 $(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 4\}$ .

8.D

提示:由题图可知阴影部分中的元素属于A,不属于B,属于C,则阴影部分表示的集合是 $(A \cap \complement_{\mathbb{R}} B) \cap C$ .

9.A

提示:集合 $\{7, 8, 9, 10\}$ 的所有子集共有 $2^4=16$ (个),集合 $\{7, 9\}$ 的所有子集共有4个,故满足要求的集合M共有 $16-4=12$ (个).

10.D

提示: $A = \{x | x=2n, n \in \mathbb{Z}\}$ 为偶数集, $B = \{y | y=2n-1, n \in \mathbb{Z}\}$ 为奇数集,所以 $A \cup B = \mathbb{Z}$ .

11.D

提示:集合A表示奇数集,B表示偶数集,所以 $x_1, x_2$ 是奇数, $x_3$ 是偶数,所以 $x_1+x_2+x_3$ 应为偶数,即D是错误的.

12.B

提示:根据定义,可知 $A-B = \{1, 4, 5\}$ ,故 $A-(A-B) = \{2, 3\}$ .

二、填空题

13.  $\in$

14.  $\frac{3}{2}$

提示:解 $x-a=0$ 得 $x=a$ ,设 $x_1, x_2$ 为方程 $x^2-ax+a-1=0$ 的两根,则 $x_1+x_2=a$ ,由题意得 $a+a=3$ ,即 $a=\frac{3}{2}$ .经检验, $a=\frac{3}{2}$ 符合题意.

15. 1

提示:易得 $b=1, a=0$ ,所以 $b-a=1$ .

16. ③

提示:①错误,集合 $\{\emptyset\}$ 中有元素;②错误,应为 $\emptyset \subseteq \{0, 1, 2\}$ ;③正确;④错误,应为 $3^{-2} \in \mathbb{Q}$ ;⑤错误,应为 $\complement_{\mathbb{R}} A = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x > 2\}$ .

三、解答题

17.解:(1)比5大3的数显然是8,故可表示为 $\{8\}$ .

(2)方程 $x^2+y^2-4x+6y+13=0$ 可化为 $(x-2)^2+(y+3)^2=0$ ,所以 $\begin{cases} x=2, \\ y=-3, \end{cases}$

所以方程的解集为 $\{(2, -3)\}$ .

(3)“二次函数 $y=x^2-10$ 的图像上的所有点”用描述法表示为 $\{(x, y) | y=x^2-10\}$ .

18.解:(1) $A \cap B = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$ .

(2) $\complement_{\mathbb{R}} A = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$ ,

$\complement_{\mathbb{R}} B = \{x | 1 < x \leq 2\}$ .

(3) $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 3\} \cap \{x | 1 < x \leq 2\} = \emptyset$ ,

$(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = \{x | 1 \leq x \leq 3\} \cap \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x > 2\} = \{x | x=1 \text{ 或 } 2 < x \leq 3\}$ .

19.解:由 $x^2-3x+2=0$ ,解得 $x=1$ ,或 $x=2$ .故 $A = \{1, 2\}$ .

由 $A=B$ ,知 $x=1$ 与 $x=2$ 是方程 $x^2+(a+b)x+c=0$ 的根.

所以 $\begin{cases} 1+2=-(a+b), \\ 1 \times 2=c, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a+b=-3, \\ c=2. \end{cases}$

故 $a+b+c=-1$ .

20.解:由题设条件知

$C \subseteq \{0, 2, 4, 6, 7\}$ ,

$C \subseteq \{3, 4, 5, 7, 10\}$ ,

所以 $C \subseteq \{4, 7\}$ ,又因为C非空,

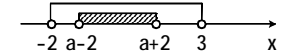
所以 $C = \{4\}$ ,或 $\{7\}$ ,或 $\{4, 7\}$ .

21.解:因为 $\complement_{\mathbb{R}} A = -1$ ,所以 $-1 \in U$ ,所以 $2m^2-3m-3=-1$ ,解得 $m=2$ 或 $m=$

$-\frac{1}{2}$ ;当 $m=-\frac{1}{2}$ 时, $(-\frac{1}{2})^2-(-\frac{1}{2})+2=$

$\frac{11}{4}$ ,则 $A = \{2, \frac{11}{4}\}$ ,所以 $m=-\frac{1}{2}$ 不符合题意,舍去;当 $m=2$ 时, $(2)^2-2+2=4$ ,所以 $A = \{2, 4\}$ ,符合题意,故 $m=2$ .

22.解:由题意知,集合A为非空集合.因为 $A \subseteq B$ ,如图,因为 $A \subseteq B$ ,如图,



(第22题图)

所以 $\begin{cases} a-2 \geq -2, \\ a+2 \leq 3, \end{cases}$ 解得 $0 \leq a \leq 1$ .

所以实数a的取值范围为 $\{a | 0 \leq a \leq 1\}$ .

第2期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B 2.B

3.B

提示:由题意得 $\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ 3-2x > 0, \end{cases}$ 解得 $-3 \leq 2x+3 \neq 0$ ,

$x < \frac{3}{2}$ 且 $x \neq -\frac{3}{2}$ ,故选B.

4.B

5.D

6.C

提示:由 $-1 \leq x < 1$ ,得 $-1 \leq 3x+2 < 5$ .故其值域为 $[-1, 5)$ .

7.D

提示:选项A中定义域不同;选项B,C中对应关系不同;选项D中定义域相同,对应关系也相同,故两函数相等.

8.B

提示:设 $t = \frac{1}{x}$ ,则 $x = \frac{1}{t} \neq 0$ .

故 $f(t) = \frac{1}{\frac{1}{t}-1} = \frac{t}{1-t}$ ,

即 $f(x) = \frac{x}{1-x} (x \neq 0)$ .

9.B

提示:A,C,D的值域都不是 $[1, 2]$ ,故选B.

10.D

11.C

提示:作出图像如下图所示.

当 $x = \frac{3}{2}$ 时, $f(x)$ 取得最小值 $-\frac{25}{4}$ ;

当 $x=0$ 或 $x=3$ 时, $f(x)=-4$ .

提示:由 $f(x)$ 的图像关于y轴对称,得 $m=0$ ,所以函数 $f(x)=-x^2+3$ ,

由 $f(x)$ 的图像(图略)知其在 $(-3, 1)$ 上先增后减,故选C.

6.B

提示:由题知 $f(-1)+g(1)=-f(1)+g(1)=2, f(1)+g(-1)=f(1)+g(1)=4$ ,两式联立,解得 $g(1)=3$ .

7.B

8.C

9.B

提示:当 $x=a$ 时, $[f(x)]_{\min}=f(a)$ ,则区间 $[1, a]$ 是函数 $f(x)$ 的递减区间,而函数 $f(x)=x^2-6x+8$ 的对称轴为 $x=3$ ,所以 $1 < a \leq 3$ .

10.D

提示:因为 $f(x)$ 为 $\mathbb{R}$ 上的奇函数, $f(1)=-1$ ,所以 $f(-1)=-f(1)=1$ ,

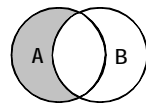
由 $-1 \leq f(x-2) \leq 1$ ,得 $f(1) \leq f(x-2) \leq f(-1)$ ,

又因为 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减,所以 $-1 \leq x-2 \leq 1$ ,所以 $1 \leq x \leq 3$ .

11.C

12.A

提示:如图所示,A-B表示图中阴影部分,



(第12题图)

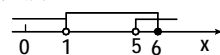
故 $C-(A-B)$ 所含元素属于C,但不属于图中阴影部分,故选A.

二、填空题

13. $B = \{\{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$

14.-4

提示:如图所示:



(第14题图)

可知 $a=1, b=6$ ,所以 $2a-b=-4$ .

15. 1

提示:由题意知 $m^2-2m-3$ 为负的偶数,由 $m^2-2m-3=(m-1)^2-4 < 0 \Rightarrow |m-1| < 2$ .

所以 $-1 < m < 3$ .又 $m \in \mathbb{N}_+$ ,

所以 $m=1$ 或 $m=2$ .

代入 $m^2-2m-3$ 使其为负偶数,只有 $m=1$ 满足.

16.-2

提示: $f(7)=f(3+4)=f(3)=f(-1+4)=f(-1)$ ,因为 $f(x)$ 为奇函数,所以 $f(-1)=-f(1)$ ,

因为 $1 \in (0, 2)$ ,所以 $f(1)=2 \times 1^2=2$ ,所以 $f(7)=-f(1)=-2$ .

三、解答题

17.解:(1)由 $\begin{cases} x-2 \geq 0, \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 2$ .

故 $A = \{x | x \geq 2\}$ .

由 $\begin{cases} 2x+4 \geq 0, \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq -2 \text{ 且 } x \neq 3$ .

故 $B = \{x | x \geq -2 \text{ 且 } x \neq 3\}$ .

(2) $\complement_{\mathbb{R}} A = \{x | x < 2\}, \complement_{\mathbb{R}} B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x=3\}$ ,  
 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) = \{x | x < 2 \text{ 或 } x=3\}$ .

18.证明:易知函数的定义域为 $\mathbb{R}$ ,

在 $\mathbb{R}$ 上任取 $x_1, x_2$ ,且 $x_1 < x_2$ .

则 $x_1-x_2 < 0$ .

$f(x_1)-f(x_2)$

$= \sqrt{x_1^2+1} - x_1 - (\sqrt{x_2^2+1} - x_2)$

$= \sqrt{x_1^2+1} - \sqrt{x_2^2+1} - x_1 + x_2$

$= \frac{x_1^2-x_2^2}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}} - x_1 + x_2$

$= (x_1-x_2) \cdot \frac{(x_1-\sqrt{x_1^2+1})+(x_2-\sqrt{x_2^2+1})}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}}$ .

因为 $x_1-x_2 < 0, x_1-\sqrt{x_1^2+1} < 0, x_2-$

$\sqrt{x_2^2+1} < 0$ ,所以 $f(x_1)-f(x_2) > 0$ .

所以函数 $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ 在其定义域 $\mathbb{R}$ 上是减函数.

19.解:(1)设每天来回y次,每次拖挂x节车厢,由题意知,每天拖挂车厢最多时,运营人数最多,设每天拖挂s节车厢,则 $x=4$ 时, $y=16$ ;当 $x=7$ 时, $y=10$ .得到 $16=4k+b, 10=7k+b$ ,解得 $k=-2, b=24$ ,

所以 $y=-2x+24$ .

依题意有 $\begin{cases} x \geq 0, \\ x \in \mathbb{N}, \\ y=-2x+24 \geq 0. \end{cases}$

解得定义域为 $\{x \in \mathbb{N} | 0 \leq x \leq 12\}$ .

(2)设每天来回y次,每次拖挂x节车厢,由题意知,每天拖挂车厢最多时,运营人数最多,设每天拖挂s节车厢,则 $S=xy=x(-2x+24)=-2x^2+24x=-2(x-6)^2+72, x \in [0, 12]$ 且 $x \in \mathbb{N}$ .所以当 $x=6$ 时, $S_{\max}=72$ ,此时 $y=12$ ,则每日最多运营人数为 $110 \times 72 = 7\,920$ .

故这列火车每天来回12次,才能使运营人数最多,每天最多运营人数为7 920.

20.解:(1)由题意可设 $f(x)=ax+b, a < 0$ ,由于 $f(f(x))=4x-1$ ,则 $a^2x+ab+b=4x-1$ ,

故 $\begin{cases} a^2=4, \\ ab+b=-1, \end{cases}$ 解得 $a=-2, b=1$ .

故 $f(x)=-2x+1$ .

(2)由(1)知,函数 $y=f(x)+x^2-x=-2x+1+x^2-x=x^2-3x+1$ ,

故函数 $y=x^2-3x+1$ 的图像开口向上,对称轴为 $x=\frac{3}{2}$ ,则函数 $y=f(x)+x^2-x$

在 $[-1, \frac{3}{2}]$ 上为减函数,在 $[\frac{3}{2}, 2]$ 上为增函数.

当 $x=\frac{3}{2}, -1, 2$ 时,y的值分别取 $-\frac{5}{4},$

5,-1则函数 $y=f(x)+x^2-x$ 在 $x \in [-1, 2]$ 上的最大值为5,最小值为 $-\frac{5}{4}$ .

21.解:(1)因为 $A \cup B = A$ ,所以 $B \subseteq A$ ,当 $B=\emptyset$ 时, $m+1 > 2m-1$ ,则 $m < 2$ ,符合;

当 $B \neq \emptyset$ 时,根据题意,

可得 $\begin{cases} 2m-1 \geq m+1, \\ m+1 \geq -2, \\ 2m-1 \leq 5, \end{cases}$

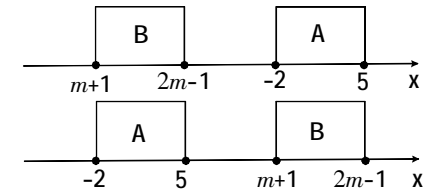
解得 $2 \leq m \leq 3$ .

综上可得,实数m的取值范围是 $(-\infty, 3]$ .

(2)当 $x \in \mathbb{Z}$ 时, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,共有8个元素,所以A的非空真子集的个数为 $2^8-2=254$ .

(3)当 $B=\emptyset$ 时,由(1)知 $m < 2$ ;

当 $B \neq \emptyset$ 时,根据题意作出如图所示的数轴(2种情形),



(第21题图)

可得 $\begin{cases} 2m-1 \geq m+1, \\ 2m-1 < -2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2m-1 \geq m+1, \\ m+1 > 5, \end{cases}$

解得 $m > 4$ .

综上可得,实数m的取值范围是 $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$ .

22.(1)解:令 $x=y=0$ ,得 $2f(0)=f(0)$ ,所以 $f(0)=0$ .

(2)证明:令 $y=-x$ ,得 $f(x)+f(-x)=f(0)=0$ ,

即 $f(x)=-f(-x)$ ,

所以 $f(x)$ 为奇函数.

(3)解:因为 $f(\frac{1}{4})=-1, f(x)$ 为奇函数,

所以 $f(-\frac{1}{4})=1$ ,

所以不等式 $f(2x-1) < 1$ 等价于 $f(2x-$

$1) < f(-\frac{1}{4})$ ,

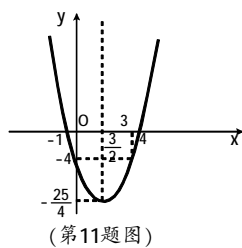
又因为 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上是减函数,

所以 $2x-1 > -\frac{1}{4}, -1 < 2x-1 < 1$ ,解得

$\frac{3}{8} < x < 1$ .

所以不等式的解集为 $(\frac{3}{8}, 1)$ .

① 结合图像可得  $\frac{3}{2} \leq m \leq 3$ .



(第11题图)

12.D

提示:因为组装第A件产品用时15分钟,所以  $\frac{c}{\sqrt{A}}=15$ , ①

所以必有  $4 < A$ , 且  $\frac{c}{\sqrt{4}} = \frac{c}{2} = 30$ . ②

联立①②解得  $c=60, A=16$ .

## 二、填空题

13.  $[0, 2) \cup (2, +\infty)$

提示:由题意知  $A=\{x|x \neq 2\}, B=\{y|y \geq 0\}$ , 则  $A \cap B = [0, 2) \cup (2, +\infty)$ .

14.  $(2, -1)$

提示:  $\begin{cases} x+y=1, \\ x-y=3, \end{cases}$  解得  $x=2, y=-1$ .

15.  $[-1, 1]$

16.1

提示:  $f(-1)=a^{\cdot}(-1)^2-1=a-1, f(f(-1))=a^{\cdot}(a-1)^2-1=a^3-2a^2+a-1=-1$ .

所以  $a^3-2a^2+a=0$ , 所以  $a=1$  或  $a=0$  (舍去).

## 三、解答题

17.解:(1)由题意,得  $\begin{cases} x+2 \geq 0, \\ x^2-x-6 \neq 0, \end{cases}$

即  $\begin{cases} x \geq -2, \\ x \neq 3 \text{ 且 } x \neq -2. \end{cases}$

故函数  $f(x)$  的定义域为  $(-2, 3) \cup (3, +\infty)$ .

(2)由题意,得  $\begin{cases} 1-x \geq 0, \\ x-1 \geq 0, \end{cases}$  解得  $x=1$ .

故函数  $f(x)$  的定义域为  $\{1\}$ .

18.解:设  $f(x)=ax^2+bx+c (a \neq 0)$ .

由  $f(0)=1$ , 得  $c=1$ .

由  $f(x+1)-f(x)=2x$ ,

得  $a(x+1)^2+b(x+1)+c-(ax^2+bx+c)=2x$ .

化简,得  $2ax+a+b=2x$ .

所以  $2a=2$ , 且  $a+b=0$ .

解得  $a=1, b=-1$ .

故所求解析式为  $f(x)=x^2-x+1$ .

19.解:当  $x=2$  时,  $t=100$ ; 当  $x=28$  时,  $t=35$ ,

得方程组  $\begin{cases} 28a+\frac{b}{28}=35, \\ 2a+\frac{b}{2}=100. \end{cases}$

解此方程组得  $\begin{cases} a=1, \\ b=196. \end{cases}$

所以  $t=x+\frac{196}{x}$ , 又因为  $x \leq 8, x$  为正整数, 所以函数  $t$  的定义域是  $\{x|0 < x \leq 8, x \in \mathbf{N}_+\}$ .

函数  $t$  的解析式是  $t=x+\frac{196}{x}, \{x|0 < x \leq 8, x \in \mathbf{N}_+\}$ .

20.(1)解:要使函数  $f(x)=\frac{1+x^2}{1-x^2}$  有意义, 只需  $1-x^2 \neq 0$ , 解得  $x \neq \pm 1$ , 所以函数  $f(x)$  的定义域为  $\{x|x \neq \pm 1\}$ .

(2)解:因为  $f(x)=\frac{1+x^2}{1-x^2}$ , 且  $f(a)=2$ ,

所以  $f(a)=\frac{1+a^2}{1-a^2}=2$ , 即  $a^2=\frac{1}{3}$ , 解得

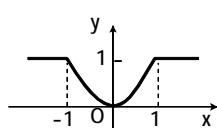
$a=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

(3)证明:由已知得  $f\left(\frac{1}{x}\right)=$

$\frac{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}{1-\left(\frac{1}{x}\right)^2}=\frac{x^2+1}{x^2-1}, -f(x)=-\frac{1+x^2}{1-x^2}=\frac{x^2+1}{x^2-1},$

所以  $f\left(\frac{1}{x}\right)=-f(x)$ .

21.解:(1)利用描点法,作出  $f(x)$  的图像,如图所示.



(第21题图)

(2)由于  $f\left(\pm\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$ , 结合此函数

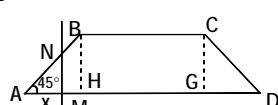
图像可知,使  $f(x) \geq \frac{1}{4}$  的  $x$  的取值范围

是  $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ .

(3)由图像知,当  $-1 \leq x \leq 1$  时,  $f(x)=x^2$  的值域为  $[0, 1]$ , 当  $x > 1$  或  $x < -1$  时,  $f(x)=1$ . 所以  $f(x)$  的值域为  $[0, 1]$ .

22.解:如图,过B,C点分别作AD的垂线,垂足分别为H,G,则  $AH=\frac{1}{2}$ ,

$AG=\frac{3}{2}$ .



(第22题图)

(1)当M位于H左侧时,  $AM=MN=x$ , 则  $y=S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}x \cdot x=\frac{1}{2}x^2 (0 \leq x < \frac{1}{2})$ .

(2)当M位于H,G之间时,

$y=\frac{1}{2}AH \cdot BH+HM \cdot MN$

$=\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \left(x-\frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}x - \frac{1}{8} \left(\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2}\right)$ .

(3)当M位于G,D之间时,

$y=S_{\text{梯形}ABCD}-S_{\triangle MDN}$

$=\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (2+1) - \frac{1}{2} \times (2-x)(2-x)$

$=-\frac{1}{2}x^2+2x - \frac{5}{4} \left(\frac{3}{2} \leq x \leq 2\right)$ .

综上,所求函数的关系式为

$y=\begin{cases} \frac{1}{2}x^2, 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}, \frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2}, \\ -\frac{1}{2}x^2+2x - \frac{5}{4}, \frac{3}{2} \leq x \leq 2. \end{cases}$

所以函数  $y$  的定义域为  $[0, 2]$ , 值

域为  $\left[0, \frac{3}{4}\right]$ .

## 第3期

### 第3版同步周测题参考答案

#### 一、选择题

1.D

提示:由于函数单调性定义突出了  $x_1, x_2$  的任意性, 所以仅凭区间内几个函数值的关系, 不能作为判断函数单调性的依据, 也就是说函数单调性定义的三个特征缺一不可, 故选D.

2.A

提示:因为一个奇函数的定义域为  $\{-1, 2, a, b\}$ , 根据奇函数的定义域关于原点对称,

所以  $a$  与  $b$  有一个等于1, 一个等于-2,

所以  $a+b=1+(-2)=-1$ ,

3.C

提示:由题意,得  $k^2-k-5=1$ , 即  $k^2-k-6=0$ , 解得  $k=-2$  或  $k=3$ , 故选C.

4.D

5.D

6.A

提示:设  $x_1 < x_2$ , 因为函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上是增函数, 故必有  $f(x_1) < f(x_2)$ , 所以  $-f(x_1) > -f(x_2)$ , A选项一定成立. 其余三项不一定成立, 如当  $f(x)=x$  时, B、C不成立, 当  $a < 0$  时, D不成立.

7.C

提示:由于二次函数  $f(x)=4x^2-kx-8$  在区间  $(5, 20)$  上既没有最大值也没有最小值, 因此函数  $f(x)=4x^2-kx-8$  在区间  $(5, 20)$  上是单调函数, 二次函数  $f(x)=4x^2-kx-8$  图像的对称轴方程为  $x=\frac{k}{8}$ , 因此  $\frac{k}{8} \leq 5$  或  $\frac{k}{8} \geq 20$ , 所以  $k \leq 40$  或  $k \geq 160$ .

8.C

## 数学·北师大(必修1)答案页第1期

提示:若一个函数出现两个或两个以上的单调区间时, 不能用“ $\cup$ ”连接. 如  $-3 < 5$ , 但  $f(-3) > f(5)$ , 故选C.

9.A

10.A

11.C

提示:令  $x_1=x_2=0$ , 得  $f(0+0)=f(0)+f(0)+1$ , 所以  $f(0)=-1$ .

令  $x_1=x, x_2=-x$ , 得  $f(x-x)=f(x)+f(-x)+1$ ,

所以  $f(-x)+1=-f(x)-1=-(f(x)+1)$ , 所以  $f(x)+1$  为奇函数.

12.B

提示:令  $F(x)=h(x)-2=af(x)+bg(x)$ , 则  $F(x)$  为奇函数.

因为  $x \in (0, +\infty)$  时,  $h(x) \leq 5$ ,

所以  $x \in (0, +\infty)$  时,  $F(x)=h(x)-2 \leq 3$ .

又  $x \in (-\infty, 0)$  时,  $-x \in (0, +\infty)$ ,

所以  $F(-x) \leq 3 \Leftrightarrow -F(x) \leq 3 \Leftrightarrow F(x) \geq -3$ .

所以  $h(x) \geq -3+2=-1$ .

## 二、填空题

13.  $(0, 1]$

提示:由  $f(x)=-x^2+2ax$  在  $[1, 2]$  上是减函数, 可得  $a \leq 1$ . 由  $g(x)=\frac{a}{x+1}$  在  $[1, 2]$  上是减函数可得  $a > 0$ . 所以  $0 < a \leq 1$ .

14.  $-\frac{25}{3}$

15.  $x^2-2, x$

提示:因为  $f(-x)+g(-x)=x^2-x-2$ , 由  $f(x)$  是偶函数,  $g(x)$  是奇函数, 得  $f(x)-g(x)=x^2-x-2$ . 又  $f(x)+g(x)=x^2+x-2$ , 两式联立得  $f(x)=x^2-2, g(x)=x$ .

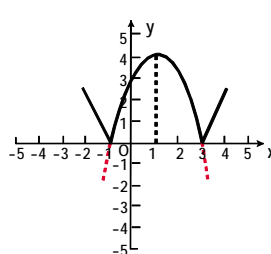
16.<

## 三、解答题

17.解:函数  $y=-x^2+2x+3$  的对称轴是  $x=1$ .

令  $y=0$ , 解得  $x=-1$  或  $x=3$ .

从而可得函数  $f(x)$  的图像如下图所示.



(第17题图)

由图像可得函数的递增区间为  $[-1, 1], [3, +\infty)$ ; 递减区间为  $(-\infty, -1], [1, 3]$ .

18.解:因为  $f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 所以  $f(-0)=-f(0)$ , 即  $f(0)=0$ .

当  $x < 0$  时,  $-x > 0, f(-x)=(-x)^2-2(-x)-1=x^2+2x-1$ .

又  $f(-x)=-f(x)$ , 所以  $f(x)=-f(-x)=-x^2-2x+1$ .

综上,  $f(x)$  的解析式为

$f(x)=\begin{cases} -x^2-2x+1, x < 0, \\ 0, x=0, \\ x^2-2x-1, x > 0. \end{cases}$

19.解:(1)从年初到4月的函数关系为一次函数, 经过点  $(0, 40)$  和  $(4, 24)$ , 易得此时的解析式为  $y=-4x+40$ .

从4月到12月的函数关系为二次函数, 顶点是  $(7, 15)$ ,

设  $y=a(x-7)^2+15$ ,

将点  $(12, 40)$  代入, 得  $a=1$ .

所以  $P$  关于  $x$  的函数关系式是

$P=\begin{cases} -4x+40, 0 \leq x \leq 4, x \in \mathbf{N}, \\ (x-7)^2+15, 4 < x \leq 12, x \in \mathbf{N}. \end{cases}$

(2)从图像中可知, 一年中的7月销售量最低, 此时的利润也就最低.

此时的利润  $=15 \times (0.15-0.1)=0.75$  (万元).

20.(1)解:要使函数有意义, 自变量  $x$  的取值需满足  $x+1 \geq 0$ , 解得  $x \geq -1$ ,

所以函数  $f(x)$  的定义域是  $[-1, +\infty)$ .

(2)证明:设  $-1 < x_1 < x_2$ , 则  $\Delta x=x_2-x_1 > 0$ ,

$f(x_1)-f(x_2)=\sqrt{x_1+1}-\sqrt{x_2+1}$

$=\frac{(\sqrt{x_1+1}-\sqrt{x_2+1})(\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1})}{\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}}$

$=\frac{(x_1+1)-(x_2+1)}{\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}}$

$=\frac{x_1-x_2}{\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}}$ .

因为  $-1 < x_1 < x_2$ , 所以  $x_1-x_2 < 0$ ,  $\sqrt{x_1+1} > 0, \sqrt{x_2+1} > 0$ .

所以  $f(x_1) < f(x_2)$ , 即  $\Delta y=f(x_2)-f(x_1) > 0$ .

所以函数  $f(x)$  在定义域上是增函数.

(3)解:因为函数  $f(x)$  在定义域  $[-1, +\infty)$  上是增函数,

所以  $f(x) \geq f(-1)=0$ , 即函数  $f(x)$  的最小值是0.

21.解:(1)因为  $f(x)$  为奇函数, 所以  $f(-1)=-f(1)$ , 即  $1-m=-(-1+2)$ , 解得  $m=2$ .

经检验  $m=2$  时函数  $f(x)$  是奇函数. 所以  $m=2$ .

(2)要使  $f(x)$  在  $[-1, a-2]$  上单调递增, 结合  $f(x)$  的图像知  $\begin{cases} a-2 > -1, \\ a-2 \leq 1, \end{cases}$

所以  $1 < a \leq 3$ , 故实数  $a$  的取值范围是  $(1, 3]$ .

22.解:(1)对于任意正实数  $x, y$  都有  $f(xy)=f(x)+f(y)$ ,

所以当  $x=y=1$  时, 有  $f(1)=f(1)+f(1)$ , 所以  $f(1)=0$ .

当  $x=2, y=\frac{1}{2}$  时, 有  $f\left(2 \times \frac{1}{2}\right)=f(2)+f\left(\frac{1}{2}\right)$ ,

即  $f(2)+f\left(\frac{1}{2}\right)=0$ , 又  $f(2)=1$ ,

所以  $f\left(\frac{1}{2}\right)=-1$ .

(2) $y=f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上为单调增函数, 证明如下:

设  $0 < x_1 < x_2$ , 则  $f(x_1)+f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)=f(x_2)$ ,

即  $f(x_2)-f(x_1)=f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$ .

因为  $\frac{x_2}{x_1} > 1$ , 故  $f\left(\frac{x_2}{x_1}\right) > 0$ ,

即  $f(x_2) > f(x_1)$ , 故  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上为单调增函数.

(3)由(1)知,  $f\left(\frac{1}{2}\right)=-1$ ,

所以  $f(8x-6)-1=f(8x-6)+f\left(\frac{1}{2}\right)$

$=f\left(\frac{1}{2}(8x-6)\right)=f(4x-3)$ ,

所以  $f(2x) > f(4x-3)$ ,

因为  $f(x)$  在定义域  $(0, +\infty)$  上为增函数, 所以  $\begin{cases} 2x > 4x-3, \\ 4x-3 > 0. \end{cases}$

解得解集为  $\left\{x \mid \frac{3}{4} < x < \frac{3}{2}\right\}$ .

## 第4期

### 第2、3版章节测试题参考答案

#### 一、选择题

1.C 2.A

3.C

提示:因为  $3 > 1$ , 所以  $f(3)=3^2-3-3=$

3, 因为  $\frac{1}{3} < 1$ , 所以  $f\left(\frac{1}{f(3)}\right) \neq \left(\frac{1}{3}\right)=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=$

$\frac{8}{9}$ .

4.B

5.C