提示：设 $\frac{M}{N}=x=\frac{3^{361}}{10^{80}}$，两边取对数，$\lg x=\lg\frac{3^{361}}{10^{80}}=\lg 3^{361}-\lg 10^{80}=361\times\lg 3-80=93.28$，所以 $x=10^{93.28}$，即 $\frac{M}{N}$ 最接近 10^{93}.

11.B

提示：易判断 $f(x)=2^x-\log_{\frac{1}{3}}x$ 是增函数，因为 $0<x_1<x_0$，所以 $f(x_1)<f(x_0)=0$，故选 B.

12.A

提示：当 $x\geqslant 0$ 时，函数 $f(x)=g(x)=2^x-\frac{1}{2^x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，设 $x>0$，则 $-x<0$，$f(x)=g(x)$，$f(-x)=g(x)$，则 $f(-x)=f(x)$，故函数 $f(x)$ 为偶函数，综上可知函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取最小值 $f(0)=1-1=0$，无最大值.

二、填空题

13.2

提示：$A\cap B=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}x+y-2=0,\\x-2y+4=0\end{cases}\right.\right\}=\{(0,2)\}$，又 $(A\cap B)\subseteq C$，所以 $2=3\times0+b$，所以 $b=2$.

14.(0.5,0.75)

15.$[0,1]\cup(2,+\infty)$.

提示：$P=[0,2]$，$Q=(1,+\infty)$，所以 $P\odot Q=[0,1]\cup(2,+\infty)$.

16.$\left(\frac12,\frac14\right)$

三、解答题

17.解：(1)因为 $A\cap B=\{2\}$，

所以 $8+2a+2=0$，$4+6+2a=0$，

所以 $a=-5$.

所以 $A=\{x|2x^2-5x+2=0\}=\left\{\frac12,2\right\}$，

$B=\{x|x^2+3x-10=0\}=\{-5,2\}$.

(2)$U=\left\{\frac12,-5,2\right\}$，

$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{-5\}\cup\left\{\frac12\right\}=\left\{-5,\frac12\right\}$.

(3)$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$ 的子集为：$\varnothing$，$\{-5\}$，$\left\{\frac12\right\}$，$\left\{-5,\frac12\right\}$.

18.解：(1)令 $\log_a x=t(t\in\mathbf R)$，则 $x=a^t$，

所以 $f(t)=\frac{a}{a^2-1}(a^t-a^{-t})$.

故所求解析式为 $f(x)=\frac{a}{a^2-1}(a^x-a^{-x})$ $(x\in\mathbf R)$.

(2)因为 $f(-x)=\frac{a}{a^2-1}(a^{-x}-a^x)=-\frac{a}{a^2-1}\cdot(a^x-a^{-x})=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数.

当 $a>1$ 时，$y=a^x$ 为增函数，$y=-a^{-x}$ 为增函数，且 $\frac{a^2}{a^2-1}>0$，所以 $f(x)$ 为增函数；

当 $0<a<1$ 时，$y=a^x$ 为减函数，$y=-a^{-x}$ 为减函数，且 $\frac{a^2}{a^2-1}<0$，所以 $f(x)$ 为增函数.

综上，$f(x)$ 在 R 上为增函数.

19.解：$f(x)=(x-m)^2+4m-2$.

(1)由 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上是单调递减函数得 $m\geqslant1$.所以 m 的取值范围是 $[1,+\infty)$.

(2)当 $m\leqslant0$ 时，$f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值 $f(x)_{\min}=f(0)=m^2+4m-2=-3$，解得 $m=-2-\sqrt3$ 或 $m=-2+\sqrt3$.

当 $0<m<1$ 时，$f(x)_{\min}=f(m)=4m-2=-3$，解得 $m=-\frac14$（舍去）.

当 $m\geqslant1$ 时，$f(x)_{\min}=f(1)=m^2+2m-1=-3$，无解.

综上可知，实数 m 的值是 $-2\pm\sqrt3$.

20.解：(1)由题意得 $\begin{cases}a\cdot b=6,\\b\cdot a^3=24\end{cases}\Rightarrow a=2,b=3$，

所以 $f(x)=3\cdot2^x$.

(2)设 $g(x)=\left(\frac ab\right)^x=\left(\frac23\right)^x$，

则 $y=g(x)$ 在 $\mathbf R$ 上为减函数.（可以不证明）.

所以当 $x\leqslant1$ 时 $g(x)_{\min}=g(1)=\frac23$，

因为 $\left(\frac ab\right)^x\geqslant2m+1$ 在 $x\in(-\infty,1]$ 上恒成立，

即 $g(x)_{\min}\geqslant2m+1$，即 $2m+1\leqslant\frac23\Rightarrow m\leqslant-\frac16$，

所以 m 的取值范围为 $\left(-\infty,-\frac16\right]$.

21.(1)解：由 g(t) 为常数，得 $g(0)-\frac pr=0$，

所以 $g(0)=\frac pr$，即初始质量分数为 $\frac pr$.

(2)证明：设 $0<t_1<t_2$，则

$g(t_1)-g(t_2)$

$=\frac pr+\left[g(0)-\frac pr\right]\cdot e^{-\frac rv t_1}-\frac pr-\left[g(0)-\frac pr\right]\cdot e^{-\frac rv t_2}$

$=\left[g(0)-\frac pr\right]\cdot\left[e^{-\frac rv t_1}-e^{-\frac rv t_2}\right]$

$=\left[g(0)-\frac pr\right]\cdot\frac{e^{\frac rv t_2}-e^{\frac rv t_1}}{e^{\frac rv(t_1+t_2)}}$.

因为 $t_1<t_2$，所以 $e^{\frac rv t_1}<e^{\frac rv t_2}$，所以 $e^{\frac rv t_2}-e^{\frac rv t_1}>0$.

又 $g(0)-\frac pr<0$，$e^{\frac rv(t_1+t_2)}>0$，所以 $g(t_1)<g(t_2)$.

故湖水污染质量分数随时间的增加而增加，说明湖泊的污染程度也越来越严重.

(3)解：污染停止，即 p=0，则 $g(t)=g(0)\cdot e^{-\frac rv t}$.

设经过 t 天能使湖泊污染程度下降到初始污染程度的 5%，即 $g(t)=5\%\cdot g(0)$，

所以 $\frac1{20}=e^{-\frac rv t}$，解得 $t=\frac vr\ln20$.

故需要经过 $\frac vr\ln20$ 天才能使湖泊的污染程度下降到初始污染程度的 5%.

22.(1)解：令 $x_1=x_2=0$，$f(0)\geqslant f(0)+f(0)$，$f(0)\leqslant0$.

又 $x\in[0,1]$ 时，$f(0)\geqslant0$.

所以 $f(0)=0$.

(2)解：当 $x\in[0,1]$ 时，$2^x\in[1,2]$，

所以 $2^x-1\in[0,1]$.

所以满足条件①.

又 $g(1)=2^1-1=1$，所以满足条件②.

设 $x_1\geqslant0$，$x_2\geqslant0$，且 $x_1+x_2\leqslant1$，则

$g(x_1+x_2)=2^{x_1+x_2}-1$，

$g(x_1)+g(x_2)=(2^{x_1}-1)+(2^{x_2}-1)$，

$g(x_1+x_2)-[g(x_1)+f(x_2)]$

$=2^{x_1+x_2}-2^{x_1}-2^{x_2}+1$

$=(2^{x_1}-1)(2^{x_2}-1)$.

因为 $x_1\geqslant0$，$x_2\geqslant0$，

所以 $2^{x_1}-1\geqslant0$，$2^{x_2}-1\geqslant0$.

所以 $g(x_1+x_2)\geqslant g(x_1)+g(x_2)$.

所以满足③.

所以同时满足①②③.

(3)证明：任给 $m,n\in[0,1]$，

若 $m<n$ 时，

$f(n)=f(m+(n-m))\geqslant f(m)+f(n-m)\geqslant f(m)$.

假设若 $x_0<f(x_0)$，则 $f(x_0)\leqslant f(f(x_0))=x_0$ 矛盾.

同理若 $x_0>f(x_0)$，则 $f(x_0)\geqslant f(f(x_0))=x_0$ 矛盾.

所以假设不成立.

所以 $f(x_0)=x_0$.

第9期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.D 2.B 3.C 4.D 5.B 6.C 7.C

8.C

提示：设腰长为1，则 $y=f(x)=\frac12-\frac12x^2$，$0\leqslant x\leqslant1$，其图像显然是抛物线的一部分.

9.B

提示：通过 n 块玻璃后的光线强度变为原来的 $\left(1-\frac1{10}\right)^n$，令 $\left(1-\frac1{10}\right)^n<\frac13$，两边取对数，得 $n>\frac{\lg3}{1-2\lg3}\approx10.42$，所以 n 至少取 11.

10.B

11.C

提示：开始时平均价格与即时价格一致，排除A、D；平均价格不能一直大于即时价格，排除B.

12.B

提示：依题意得 $\begin{cases}9a+3b+c=0.7,\\16a+4b+c=0.8,\\25a+5b+c=0.5,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=-0.2,\\b=1.5,\\c=-2,\end{cases}$

所以 $p=-0.2t^2+1.5t-2=-0.2\left(t-\frac{15}{4}\right)^2+\frac{13}{16}$，所以当 t=3.75 时，p 取得最大值.

二、填空题

13.600

14.8 15.36.72

16.ABE(或 $BDEF$)

提示：可以先用 6 亿元投资项目 E，所获利润为 0.9 亿元，那么剩下的 7 亿元投资所获利润只需大于 0.7 亿元.

方案1：用5亿元投资项目 A，所获利润为0.55亿元，剩下的2亿元只能投资项目 B，则又获得利润0.4亿元，此时剩下的7亿元投资所获利润为0.95亿元，则投资项目选 ABE 符合要求.

方案2：用4亿元投资项目 D，所获利润为0.5亿元，剩下的3亿元只能投资项目 B，F，则又获得利润0.5亿元，此时剩下的7亿元投资所获利润为1亿元，则投资项目选 $BDEF$ 符合要求.

三、解答题

17.解：(1)根据题意，课桌高度 y 是椅子高度 x 的一次函数，故可设函数解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$.将符合条件的两套课桌椅的高度代入上述函数解析式，得 $\begin{cases}40k+b=75,\\37k+b=70.2,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}k=1.6,\\b=11,\end{cases}$ 所以 y 与 x 的函数解析式是 $y=1.6x+11$.

(2)把 $x=42$ 代入(1)中所求的函数解析式中，有 $y=1.6\times42+11=78.2$.所以给出的这套桌椅是配套的.

18.解：设可获得总利润为 $R(x)$ 万元，

则 $R(x)=40x-y=40x-\frac{x^2}{5}+48x-8\,000=-\frac{x^2}{5}+88x-8\,000$

$=-\frac15(x-220)^2+1\,680(0\leqslant x\leqslant210)$.

因为 $R(x)$ 在 $[0,210]$ 上是增函数，

所以 $x=210$ 时，$R(x)_{\max}=-\frac15(210-220)^2+1\,680=1\,660$（万元）.

所以年产量为 210 吨时，可获得最大利润 1 660 万元.

19.解：(1)由题意得 $a(1-p\%)^{10}=\frac a2$，即 $(1-p\%)^{10}=\frac12$，解得 $p\%=1-\left(\frac12\right)^{\frac1{10}}$.

(2)设经过m年森林面积为 $\frac{\sqrt2}{2}a$，

则 $a(1-p\%)^m=\frac{\sqrt2}{2}a$，即 $\left(\frac12\right)^{\frac m{10}}=\left(\frac12\right)^{\frac12}$，

得 $\frac m{10}=\frac12$，解得 $m=5$.

故到今年为止，已砍伐了5年.

(3)设从今年开始，n年后森林面积为 $\frac{\sqrt2}{2}a\cdot(1-p\%)^n$，

令 $\frac{\sqrt2}{2}a(1-p\%)^n\geqslant\frac14a$，

即 $(1-p\%)^n\geqslant\frac{\sqrt2}{4}$，

$\left(\frac12\right)^{\frac n{10}}\geqslant\left(\frac12\right)^{\frac32}$，得 $\frac n{10}\leqslant\frac32$，解得 $n\leqslant15$，

故今后最多还能砍伐15年.

20.解：(1)设投资人购买的股票价格为 m，

则经历一个涨停后价格为 $m(1+10\%)=1.1m$，

又经历一个跌停后价格为 $1.1m\cdot(1-10\%)=0.99m<m$，

所以该投资人有一定的亏损.

(2)设至少要 n 个交易日以后资金才会翻番且投资人的资金为a，

则 $a(1+10\%)^n\geqslant2a$，即 $1.1^n\geqslant2$，

两边取常用对数，得 $n\lg1.1\geqslant\lg2$.

又 $\lg1.1>0$，所以 $n\geqslant\frac{\lg2}{\lg1.1}\approx7.3$.

故至少要 8 个交易日以后，资金才会翻番.

21.解：由题意知，每年投入广告费 x 万元，年销量为 $Q=\frac{3x+1}{x+1}$ 万件，年平均每万件产品成本为 $32+\frac3Q$，年平均每万件产品所占广告费为 $\frac xQ$，售价为 $\frac32\left(32+\frac3Q\right)+\frac12\cdot\frac xQ=48+\frac{x+9}{2Q}$，

则年利润为 $y=Q\left(48+\frac{x+9}{2Q}\right)-32Q-3-x=16Q+\frac{x+3}{2}-x=50-\left(\frac{32}{x+1}+\frac{x+1}{2}\right)$.

当 x=100 时，显然 y<0.

答：当年广告费投入 100 万元，该公司亏损.

22.解：依题意，得 $\begin{cases}a\cdot1^2+b\cdot1+c=52,\\a\cdot2^2+b\cdot2+c=54,\\a\cdot3^2+b\cdot3+c=58,\end{cases}$

即 $\begin{cases}a+b+c=52,\\4a+2b+c=54,\\9a+3b+c=58,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=-1,\\c=52,\end{cases}$

所以甲：$y_1=x^2-x+52$，

又 $\begin{cases}p\cdot q^1+r=52,①\\p\cdot q^2+r=54,②\\p\cdot q^3+r=58,③\end{cases}$

②-①，得 $p\cdot q^2-p\cdot q^1=2$，④

③-②，得 $p\cdot q^3-p\cdot q^2=4$，⑤

⑤÷④，得 $q=2$.

将 $q=2$ 代入④式，得 $p=1$.

将 $q=2$，$p=1$ 代入①式，得 $r=50$，

所以乙：$y_2=2^x+50$.

计算当 $x=4$ 时，$y_1=64$，$y_2=66$；

当 x=5 时，$y_1=72$，$y_2=82$；

当 x=6 时，$y_1=82$，$y_2=114$.

可见，乙选择的模型较好.

第 10 期

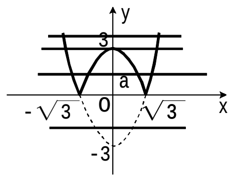
第 2、3 版章节测试题参考答案

一、选择题

1.D　2.D　3.B　4.A　5.C

6.A

提示：在同一坐标系中分别画出函数 $y_1=|x^2-3|$ 和 $y_2=a$ 的图像，如图所示.



（第 6 题图）

可知方程解的个数为 0，2，3 或 4，不可能有 1 个解.

7.D　8.C　9.D　10.D

11.C

提示：操作次数为 n 时的浓度为 $\left(\frac{9}{10}\right)^{n+1}$，由 $\left(\frac{9}{10}\right)^{n+1}<10\%$，得 $n+1>\frac{-1}{\lg\frac{9}{10}}=\frac{-1}{2\lg 3-1}\approx 21.8$，所以 $n\geqslant 21$.

12.D

提示：由常数 a,b 同号，b,c 异号，可得 a,c 异号，令 $2^x=t$，则方程变为 $at^2+bt+c=0$，$t>0$，由于此方程的判别式 $\Delta=b^2-4ac>0$，故此方程有 2 个不等实数根，且两根之积为 $\frac{c}{a}<0$，故关于 t 的方程只有一个实数根，故关于 x 的方程只有一个实数根.

二、填空题

13.$[1,+\infty)$

14.$(0,1]$

提示：x_1,x_2 是函数 $f(x)$ 的零点，则 x_1,x_2 为方程 $x^2-2x+b=0$ 的两正根，

则有 $\begin{cases}\Delta\geqslant 0,\\ x_1+x_2=2>0,\\ x_1x_2=b>0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}4-4b\geqslant 0,\\ b>0,\end{cases}$

解得 $0<b\leqslant 1$.

15.1，$\frac{25}{2}$

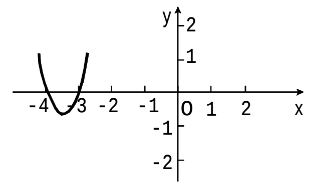
16.2

提示：因为 $2<a<3<b<4$，所以 $f(2)=\log_a 2+2-b<1+2-b=3-b<0$，$f(3)=\log_a 3+3-b>1+3-b=4-b>0$.即 $f(2)\cdot f(3)<0$，易知 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在唯一的零点 x_0，且 $x_0\in(2,3)$，所以 $n=2$.

三、解答题

17.**解**：(1)函数的图像如下：

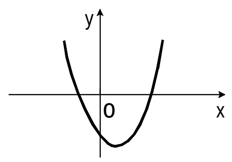


（第 17 题图 1）

所以原方程有两个不相等的实根.

(2)$\lg(x^2-x-2)=0\Rightarrow x^2-x-3=0$，

因为函数 $f(x)=x^2-x-3$ 的大致图像如下：



（第 17 题图 2）

所以原方程有两个不相等的实根.

18.**解**：因为 $f(-1)=-4<0$，$f(1)=\frac{20}{11}>0$，$f(0)=-\frac{12}{11}<0$，

所以由 $f(0)\cdot f(1)<0$，知 $f(x)$ 的零点在区间 $(0,1)$ 内.

又 $f(0.5)=0$，

所以方程 $f(x)=0$ 在区间 $(-1,1)$ 上的根为 $x=0.5$.

19.**解**：(1)由已知，当 $t=0$ 时，$P=P_0$；当 $t=5$ 时，$P=90\%P_0$.

于是有 $90\%P_0=P_0e^{-5k}$，

解得 $k=-\frac{1}{5}\ln 0.9$（或 0.022）.

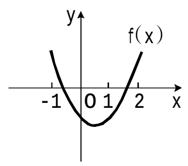
(2)由(1)得，$P=P_0e^{\left(\frac{1}{5}\ln 0.9\right)t}$.当 $P=40\%P_0$ 时，有 $0.4P_0=P_0e^{\left(\frac{1}{5}\ln 0.9\right)t}$.

解得 $t=\frac{\ln 0.4}{\frac{1}{5}\ln 0.9}\approx\frac{-0.92}{\frac{1}{5}\times(-0.11)}=\frac{4.60}{0.11}\approx 41.82$.

故污染物减少到 40%至少需要 42 小时.

20.**解**：令 $f(x)=2x^2-x+2m+1$.

(1)由题意知，函数 $f(x)$ 的图像与 x 轴的交点横坐标分别在区间 $(-1,0)$，$(1,2)$ 内，



（第 20 题图）

画出示意图（如上图），得

$\begin{cases}f(0)=2m+1<0,\\ f(-1)=2m+4>0,\\ f(1)=2m+2<0,\\ f(2)=2m+7>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m<-\frac{1}{2},\\ m>-2,\\ m<-1,\\ m>-\frac{7}{2}\end{cases}\Rightarrow -2<m<-1$.

故实数 m 的取值范围是 $(-2,-1)$.

(2)由题意知，函数 $f(x)$ 的图像与 x 轴的两个不同的交点横坐标均在区间 $(0,1)$ 内，

则 $\begin{cases}\Delta>0,\\ f(0)>0,\\ f(1)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1-8(2m+1)>0,\\ 2m+1>0,\\ 2m+2>0\end{cases}\Rightarrow -\frac{1}{2}<m<-\frac{7}{16}$.

故实数 m 的取值范围是 $\left(-\frac{1}{2},-\frac{7}{16}\right)$.

21.**解**：(1)因为 $f(x)$ 的两个零点是 -3 和 2，所以函数图像过点 $(-3,0)$，$(2,0)$，

所以有 $9a-3(b-8)-a-ab=0$，①

$4a+2(b-8)-a-ab=0$，②

①－②得 $b=a+8$.③

把③代入②得 $4a+2a-a-a(a+8)=0$，即 $a^2+3a=0$.

因为 $a\neq 0$，所以 $a=-3$，$b=a+8=5$.

所以 $f(x)=-3x^2-3x+18$.

(2)由(1)得 $f(x)=-3x^2-3x+18=-3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+18+\frac{3}{4}$，图像的对称轴方程是 $x=-\frac{1}{2}$，又 $0\leqslant x\leqslant 1$，

所以 $f(x)_{min}=f(1)=12$，$f(x)_{max}=f(0)=18$，

所以函数 $f(x)$ 的值域是 $[12,18]$.

22.**解**：(1)因为随着时间 x 的增加，y 的值先减少后增加，而在所给的三个函数中 $y=ax+b$ 和 $y=a\log_b x$ 显然都是单调函数，不满足题意，

所以 $y=ax^2+bx+c$ 最合适.

(2)把点 $(4,90)$，$(10,51)$，$(36,90)$ 代入方程，

得 $\begin{cases}a\times 4^2+4b+c=90,\\ a\times 10^2+10b+c=51,\\ a\times 36^2+36b+c=90,\end{cases}$

解方程组，得 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\ b=-10,\\ c=126,\end{cases}$ 所以 $y=\frac{1}{4}x^2-10x+126=\frac{1}{4}(x-20)^2+26$.

所以当 $x=20$ 时，y 有最小值，$y_{min}=26$.

故该纪念章市场价最低时的上市天数为 20，最低价格为 26 元.

(3)由(2)知 $f(x)=\frac{1}{4}x^2-10x+126$，

因为 $f(x)=kx+2m+120$ 恒有两个

相异的实根，则 $\frac{1}{4}x^2-(k+10)x+6-2m=0$ 恒有两个相异的实根，

所以 $\Delta=[-(k+10)]^2-4\times\frac{1}{4}(6-2m)>0$ 恒成立，即 $2m>-(k+10)^2+6$ 对任意 $k\in\mathbf{R}$ 恒成立，而 $-(k+10)^2+6\leqslant 6$，

所以只需 $2m>6$，即 $m>3$.

故 m 的取值范围为 $(3,+\infty)$.

第 11 期

第 2、3 版综合检测题(一)参考答案

一、选择题

1.D　2.D　3.A　4.C　5.B　6.A　7.A　8.B　9.A

10.B

提示：因为 $2^t=-\log_2 t=\log_{\frac{1}{2}}t$，所以方程 $2^t+\log_2 t=0$ 的解就是函数 $y=2^x$ 与函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 交点的横坐标，则交点 $E\left(t,\log_{\frac{1}{2}}t\right)$，显然 $t<1<\log_{\frac{1}{2}}t$.

11.A

提示：$f(x)=(k-1)a^x-a^{-x}(a>0,a\neq 1)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是奇函数，所以 $f(0)=0$，所以 $k=2$.又 $f(x)$ 是减函数，所以 $0<a<1$，则 $g(x)=\log_a(x+k)$ 的图像是 A.

12.C

提示：这位顾客花的 70 000 元可得奖励券 700×20=14 000(元)，只有这位顾客继续把奖励券消费掉，才能得到最多优惠，当他把 14 000 元奖励券消费掉可得 140×20=2 800(元)奖励券，再消费又可得到 28×20=560(元)奖励券，560 元消费再加上先前 70 040 中的 40 元共消费 600 元应得奖励券 6×20=120(元)，120 元奖励券消费时又得 20 元奖励券.所以他总共会得到 14 000+2 800+560+120+20=17 500(元)优惠.

二、填空题

13.$(-\infty,1]$　14.$\frac{1}{5}\lg 2$

15.6

提示：$f(2)=\lg 32+\log_4 16+6\lg\frac{1}{2}+\lg\frac{1}{5}=5\lg 2+2-6\lg 2-\lg 5=2-(\lg 2+\lg 5)=2-1=1$，因为 $y=f(x)+x$ 是偶函数，所以 $f(-x)-x=f(x)+x$，所以 $f(-x)=f(x)+2x$，所以 $g(-2)=f(-2)+1=f(2)+2\times 2+1=6$.

16.$(-\infty,1]$

提示：因为要使 $f(x)=\lg(2^x-b)$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上，恒有 $f(x)\geqslant 0$，所以有 $2^x-b\geqslant 1$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上恒成立，即 $2^x\geqslant b+1$ 恒成立.又因为指数函数 $g(x)=2^x$ 在定义域上是增函数. 所以只要 $2\geqslant b+1$ 成立即可，解得 $b\leqslant 1$.

三、解答题

17.**解**：因为 A=B，

所以 $\begin{cases}1+d=q,&①\\ 1+2d=q^2,&②\end{cases}$ 或 $\begin{cases}1+d=q^2,&③\\ 1+2d=q.&④\end{cases}$

由①²－②，得 $(1+d)^2=1+2d$.

解得 d=0.

但当 d=0 时，1+d=1+2d=1 与集合元素互异性相矛盾，应舍去.

由④²－③，得 $(1+2d)^2=1+d$，即 $4d^2+3d=0$.

所以 $d=-\frac{3}{4}$，或 d=0（舍去）.

当 $d=-\frac{3}{4}$ 时，$q=1+2d=1+2\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{1}{2}$.所以 d，q 的值分别为 $-\frac{3}{4}$，$-\frac{1}{2}$.

18.**解**：(1)若函数的一个零点为 2，则 $(1-a)\times 2^2-2a-1=0$，

所以 6a=3，即 $a=\frac{1}{2}$.

(2)若 1-a=0，则 a=1，此时 $f(x)=-x-1$ 是一次函数，只有一个零点.

若 $1-a\neq 0$，此时函数 $f(x)$ 为二次函数，

依题意得方程 $(1-a)x^2-ax-1=0$ 应有一个实数根，

所以 $\Delta=(-a)^2-4\times(1-a)\times(-1)=a^2-4a+4=(a-2)^2=0$.

所以 a=2.

综上所述，实数 a 的值为 1 或 2.

19.**解**：(1)由已知得 $A=\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x|\log_2 x>1\}=\{x|x>2\}$，

所以 $A\cap B=\{x|2<x\leqslant 3\}$，

$(\complement_{R}B)\cup A=\{x|x\leqslant 2\}\cup\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}=\{x|x\leqslant 3\}$.

(2)①当 $a\leqslant 1$ 时，$C=\varnothing$，此时 $C\subseteq A$；

②当 $a>1$ 时，若 $C\subseteq A$，则 $1<a\leqslant 3$.

综合①②，可得 a 的取值范围是 $(-\infty,3]$.

20.**解**：首先求函数 $y=[f(x)]^2+f(x^2)$ 的定义域，有 $\begin{cases}1\leqslant x\leqslant 9,\\ 1\leqslant x^2\leqslant 9,\end{cases}$

则 $\begin{cases}1\leqslant x\leqslant 9,\\ 1\leqslant x\leqslant 3\text{ 或 }-3\leqslant x\leqslant -1,\end{cases}$

所以 $1\leqslant x\leqslant 3$，

即函数的定义域为 $[1,3]$.

又 $y=[f(x)]^2+f(x^2)$

$=(2+\log_3 x)^2+2+\log_3 x^2$

$=(\log_3 x)^2+6\log_3 x+6$，

令 $t=\log_3 x$，由 $x\in[1,3]$ 知：$t\in[0,1]$，

所以 $y=t^2+6t+6=(t+3)^2-3$，

该函数在 $t\in[0,1]$ 上递增，

所以当 $t=0$，即 $x=1$ 时，$y_{min}=6$；

当 $t=1$，即 $x=3$ 时，$y_{max}=13$.

故函数的值域为 $[6,13]$.

21.**解**：设应裁员 x 人，盈利为 y 万元，

则 $y=(2a-x)(1+0.01x)b-0.4bx$

$=b[-0.01x^2-(1.4-0.02a)x]+2ab$

$=-\frac{b}{100}[x^2-2(a-70)x]+2ab$，

对称轴为 $x=a-70$.

因为 $2a-x\geqslant\frac{3}{4}\cdot 2a$，

所以 $0<x\leqslant\frac{a}{2}$.

因为 $140<2a<280$，

所以 $70<a<140$，$a-70-\frac{a}{2}=\frac{a}{2}-70<0$.所以 $a-70<\frac{a}{2}$.

所以当 $x=a-70$ 时，y 取得最大值.

故应裁员 $(a-70)$ 人.

22.**解**：(1)设 $g(x)=a^x(a>0,a\neq 1)$，

由 $g(3)=8$ 得 $a=2$，故 $g(x)=2^x$，

由题意，$f(x)=\frac{-g(x)+n}{g(x)+m}=\frac{-2^x+n}{2^x+m}$，

因为 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，

所以 $f(0)=0$，得 $n=1$.

所以 $f(x)=\frac{-2^x+1}{2^x+m}$，

又由 $f(1)=-f(-1)$ 知 $m=1$，

所以 $f(x)=\frac{1-2^x}{1+2^x}$.

(2)$f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的单调减函数.

证明：设 $x_1\in\mathbf{R}$，$x_2\in\mathbf{R}$ 且 $x_1<x_2$，

$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1-2^{x_1}}{1+2^{x_1}}-\frac{1-2^{x_2}}{1+2^{x_2}}=\frac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(1+2^{x_1})(1+2^{x_2})}$，

因为 $y=2^x$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调增函数且 $x_1<x_2$，故 $2^{x_1}<2^{x_2}$，

又因为 $1+2^{x_1}>0$，$1+2^{x_2}>0$，

故 $f(x_1)-f(x_2)>0$，

所以 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的单调减函数.

第 12 期

第 2、3 版综合检测题(二)参考答案

一、选择题

1.C　2.C　3.C　4.D　5.C　6.A　7.A　8.B　9.D

10.D