6.B

提示：由题知$f(-1)+g(1)=-f(1)+g(1)=2$，$f(1)+g(-1)=f(1)+g(1)=4$，两式联立，解得$g(1)=3$.

7.B

8.C

9.B

提示：当$x=a$时，$[f(x)]_{min}=f(a)$，则区间$[1,a]$是函数$f(x)$的递减区间，而函数$f(x)=x^2-6x+8$的对称轴为$x=3$，所以$1<a\leqslant 3$.

10.D

提示：因为$f(x)$为$\mathbf{R}$上的奇函数，$f(1)=-1$，所以$f(-1)=-f(1)=1$，

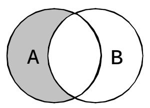
由$-1\leqslant f(x-2)\leqslant 1$，得$f(1)\leqslant f(x-2)\leqslant f(-1)$，

又因为$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递减，所以$-1\leqslant x-2\leqslant 1$，所以$1\leqslant x\leqslant 3$.

11.C

12.A

提示：如图所示，$A-B$表示图中阴影部分，



(第12题图)

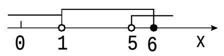
故$C-(A-B)$所含元素属于C，但不属于图中阴影部分，故选A.

二、填空题

13.$B=\{\{0\},\{1\},\{0,1\}\}$

14.-4

提示：如图所示：



(第14题图)

可知$a=1$，$b=6$，所以$2a-b=-4$.

15.$(-\infty,1)$

提示：$g(x)=f(x)-3$为奇函数，且在$\mathbf{R}$上单调递减，

$f(a)+f(a-2)>6$可化为$f(a)-3>-f(a-2)+3=-[f(a-2)-3]=f(2-a)-3$，

即$g(a)>g(2-a)$，所以$a<2-a$，所以$a<1$.

16.-2

提示：$f(7)=f(3+4)=f(3)=f(-1+4)=f(-1)$，因为$f(x)$为奇函数，所以$f(-1)=-f(1)$，

因为$1\in(0,2)$，所以$f(1)=2\times 1^2=2$，所以$f(7)=-f(1)=-2$.

三、解答题

17.解：(1)由$\begin{cases}x-2\geqslant 0,\\ x+1\geqslant 0\end{cases}\Rightarrow x\geqslant 2$.

故$A=\{x|x\geqslant 2\}$.

由$\begin{cases}2x+4\geqslant 0,\\ x-3\neq 0\end{cases}\Rightarrow x\geqslant -2$且$x\neq 3$.

故$B=\{x|x\geqslant -2$且$x\neq 3\}$.

(2)$\complement_U A=\{x|x<2\}$，$\complement_U B=\{x|x<-2$或$x=3\}$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{x|x<2$或$x=3\}$.

18.证明：易知函数的定义域为R，在R上任取x_1,x_2，且$x_1<x_2$.

则$x_1-x_2<0$.

$$f(x_1)-f(x_2)$$
$$=\sqrt{x_1^2+1}-x_1-(\sqrt{x_2^2+1}-x_2)$$
$$=\sqrt{x_1^2+1}-\sqrt{x_2^2+1}-x_1+x_2$$
$$=\frac{x_1^2-x_2^2}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}}-x_1+x_2$$
$$=(x_1-x_2)\cdot\frac{(x_1-\sqrt{x_1^2+1})+(x_2-\sqrt{x_2^2+1})}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}}.$$

因为$x_1-x_2<0$，$x_1-\sqrt{x_1^2+1}<0$，$x_2-\sqrt{x_2^2+1}<0$，所以$f(x_1)-f(x_2)>0$.

所以函数$f(x)=\sqrt{x^2+1}-x$在其定义域R上是减函数.

19.解：(1)设每天来回y次，每次拖挂x节车厢，由题意设$y=kx+b(k\neq 0)$，当$x=4$时，$y=16$；当$x=7$时，$y=10$，得到$16=4k+b$，$10=7k+b$，解得$k=-2$，$b=24$，

所以$y=-2x+24$.

依题意有$\begin{cases}x\geqslant 0,\\ x\in\mathbf{N},\\ y=-2x+24\geqslant 0.\end{cases}$

解得定义域为$\{x\in\mathbf{N}|0\leqslant x\leqslant 12\}$.

(2)设每天来回y次，每次拖挂x节车厢，由题意知，每天拖挂车厢最多时，运营人数最多，设每天拖挂S节车厢，则$S=xy=x(-2x+24)=-2x^2+24x=-2(x-6)^2+72$，$x\in[0,12]$且$x\in\mathbf{N}$. 所以当$x=6$时，$S_{max}=72$，此时$y=12$，则每日最多运营人数为$110\times 72=7\ 920$.

故这列火车每天来回12次，才能使运营人数最多，每天最多运营人数为7 920.

20.解：(1)由题意可设$f(x)=ax+b$，$a<0$，由于$f(f(x))=4x-1$，则$a^2x+ab+b=4x-1$，

故$\begin{cases}a^2=4,\\ ab+b=-1,\end{cases}$解得$a=-2$，$b=1$.

故$f(x)=-2x+1$.

(2)由(1)知，函数$y=f(x)+x^2-x=-2x+1+x^2-x=x^2-3x+1$，

故函数$y=x^2-3x+1$的图象开口向上，对称轴为$x=\frac{3}{2}$，则函数$y=f(x)+x^2-x$在$\left[-1,\frac{3}{2}\right]$上为减函数，在$\left[\frac{3}{2},2\right]$上为增函数.

当$x=\frac{3}{2}$，-1，2时，y的值分别取$-\frac{5}{4}$，5，-1则函数$y=f(x)+x^2-x$在$x\in[-1,2]$上的最大值为5，最小值为$-\frac{5}{4}$.

21.解：(1)因为$A\cup B=A$，所以$B\subseteq A$，

当$B=\varnothing$时，$m+1>2m-1$，则$m<2$，符合；

当$B\neq\varnothing$时，根据题意，

可得$\begin{cases}2m-1\geqslant m+1,\\ m+1\geqslant -2,\\ 2m-1\leqslant 5,\end{cases}$

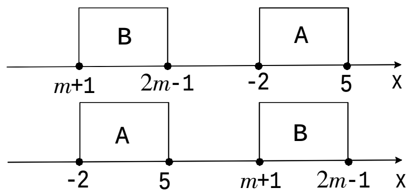
解得$2\leqslant m\leqslant 3$.

综上可得，实数m的取值范围是$(-\infty,3]$.

(2)当$x\in\mathbf{Z}$时，$A=\{-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$，共有8个元素，所以A的非空真子集的个数为$2^8-2=254$.

(3)当$B=\varnothing$时，由(1)知$m<2$；

当$B\neq\varnothing$时，根据题意作出如图所示的数轴(2种情形)，



(第21题图)

可得$\begin{cases}2m-1\geqslant m+1,\\ 2m-1<-2,\end{cases}$或$\begin{cases}2m-1\geqslant m+1,\\ m+1>5,\end{cases}$

解得$m>4$.

综上可得，实数m的取值范围是$(-\infty,2)\cup(4,+\infty)$.

22.(1)解：令$x=y=0$，得$2f(0)=f(0)$，所以$f(0)=0$.

(2)证明：令$y=-x$，得$f(x)+f(-x)=f(0)=0$，

即$f(x)=-f(-x)$，

所以$f(x)$为奇函数.

(3)解：因为$f\left(\frac{1}{4}\right)=-1$，$f(x)$为奇函数，

所以$f\left(-\frac{1}{4}\right)=1$，

所以不等式$f(2x-1)<1$等价于$f(2x-1)<f\left(-\frac{1}{4}\right)$，

又因为$f(x)$在$(-1,1)$上是减函数，

所以$2x-1>-\frac{1}{4}$，$-1<2x-1<1$，解得$\frac{3}{8}<x<1$.

所以不等式的解集为$\left(\frac{3}{8},1\right)$.

第1期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C

2.B

提示：P中元素有$(2,1)$，$(1,2)$，共2个.

3.D

提示：由集合元素的互异性知a,b,c全不相等，显然一定构不成等腰三角形.

4.C

提示：集合A为列举法，集合B,C,D均为描述法表示集合，其中集合B省略了代表元素和竖线.

5.A

提示：由于选项A中P,Q元素完全相同，所以P与Q表示同一个集合，而选项B，C，D中元素不相同，所以P与Q不能表示同一个集合.

6.C

7.B

提示：因为$A\cup B=\{1,2,4,6\}$，所以$(A\cup B)\cap C=\{1,2,4\}$.

8.D

提示：由题图可知阴影部分中的元素属于A，不属于B，属于C，则阴影部分表示的集合是$(A\cap\complement_U B)\cap C$.

9.A

提示：集合$\{7,8,9,10\}$的所有子集共有$2^4=16$(个)，集合$\{7,9\}$的所有子集共有4个，故满足要求的集合M共有$16-4=12$(个).

10.D

提示：$A=\{x|x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$为偶数集，$B=\{y|y=2n-1,n\in\mathbf{Z}\}$为奇数集，所以$A\cup B=\mathbf{Z}$.

11.D

提示：集合A表示奇数集，B表示偶数集，所以x_1,x_2是奇数，x_3是偶数，

所以$x_1+x_2+x_3$应为偶数，即D是错误的.

12.B

提示：根据定义，可知$A-B=\{1,4,5\}$，故$A-(A-B)=\{2,3\}$.

二、填空题

13.$\in$

14.2或$\frac{3}{2}$

15.$\complement_U A\subsetneqq\complement_U B$

提示：易知$\complement_U A=\{x|x<0\}$，$\complement_U B=\{y|y<1\}$，故$\complement_U A\subsetneqq\complement_U B$.

16.③

提示：①错误，集合$\{\varnothing\}$中有元素；②错误，应为$\varnothing\subseteq\{0,1,2\}$；③正确；④错误，应为$3^{-2}\in\mathbf{Q}$；⑤错误，应为$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x\leqslant -1$或$x>2\}$.

三、解答题

17.解：(1)比5大3的数显然是8，故可表示为$\{8\}$.

(2)方程$x^2+y^2-4x+6y+13=0$可化为$(x-2)^2+(y+3)^2=0$，所以$\begin{cases}x=2,\\ y=-3,\end{cases}$

所以方程的解集为$\{(2,-3)\}$.

(3)“二次函数$y=x^2-10$的图象上的所有点”用描述法表示为$\{(x,y)|y=x^2-10\}$.

18.解：(1)$A\cap B=\{x|x<1$或$x>3\}$.

(2)$\complement_U A=\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$，

$\complement_U B=\{x|1<x\leqslant 2\}$.

(3)$A\cap(\complement_U B)=\{x|x<1$或$x>3\}\cap\{x|1<x\leqslant 2\}=\varnothing$，

$(\complement_U A)\cap B=\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}\cap\{x|x\leqslant 1$或$x>2\}=\{x|x=1$或$2<x\leqslant 3\}$.

19.解：由$x^2-3x+2=0$，解得$x=1$，或$x=2$，故$A=\{1,2\}$.

由$A=B$，知$x=1$与$x=2$是方程$x^2+(a+b)x+c=0$的根.

所以$\begin{cases}1+2=-(a+b),\\ 1\times 2=c,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a+b=-3,\\ c=2.\end{cases}$

故$a+b+c=-1$.

20.解：由题设条件知

$C\subseteq\{0,2,4,6,7\}$，

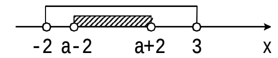
$C\subseteq\{3,4,5,7,10\}$，

所以$C\subseteq\{4,7\}$，又因为C非空，

所以$C=\{4\}$，或$\{7\}$，或$\{4,7\}$.

21.解：因为$\complement_U A=-1$，所以$-1\in U$，所以$2m^2-3m-3=-1$，解得$m=2$或$m=-\frac{1}{2}$；当$m=-\frac{1}{2}$时，$\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)+2=\frac{11}{4}$，则$A=\left\{2,\frac{11}{4}\right\}$，所以$m=-\frac{1}{2}$不符合题意，舍去；当$m=2$时，$(2)^2-2+2=4$，所以$A=\{2,4\}$，符合题意，故$m=2$.

22.解：由题意知，集合A为非空集合.因为$A\subseteq B$，如图，



(第22题图)

所以$\begin{cases}a-2\geqslant -2,\\ a+2\leqslant 3,\end{cases}$解得$0\leqslant a\leqslant 1$.

所以实数a的取值范围为$\{a|0\leqslant a\leqslant 1\}$.

第2期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B 2.B

3.B

提示：由题意得$\begin{cases}x+3\geqslant 0,\\ 3-2x>0,\\ 2x+3\neq 0,\end{cases}$解得$-3\leqslant x<\frac{3}{2}$且$x\neq-\frac{3}{2}$，故选B.

4.B

5.D

6.C

提示：由$-1\leqslant x<1$，得$-1\leqslant 3x+2<5$.故其值域为$[-1,5)$.

7.D

提示：选项A中定义域不同；选项B，C中对应关系不同；选项D中定义域相同，对应关系也相同，故两函数相等.

8.B

提示：设$t=\frac{1}{x}$，则$x=\frac{1}{t}\neq 0$.

故$f(t)=\frac{1}{\frac{1}{t}-1}=\frac{t}{1-t}$，

即$f(x)=\frac{x}{1-x}(x\neq 0)$.

9.B

提示：A、C、D的值域都不是$[1,2]$，故选B.

10.D

11.C

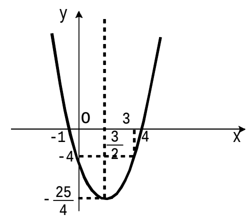
提示：作出图象如下图所示.

当$x=\frac{3}{2}$时，$f(x)$取得最小值$-\frac{25}{4}$；

当$x=0$或$x=3$时，$f(x)=-4$.

结合图象可得$\frac{3}{2}\leqslant m\leqslant 3$.

①



(第11题图)

12.D

提示：因为组装第 A 件产品用时15分钟，所以 $\frac{c}{\sqrt{A}}=15$， ①

所以必有 $4<A$，且 $\frac{c}{\sqrt{4}}=\frac{c}{2}=30$.②

联立①②解得 $c=60$，$A=16$.

二、填空题

13.$[0,2)\cup(2,+\infty)$

提示：由题意知 $A=\{x|x\neq 2\}$，$B=\{y|y\geqslant 0\}$，则 $A\cap B=[0,2)\cup(2,+\infty)$.

14.$(2,-1)$

提示：$\begin{cases}x+y=1,\\x-y=3,\end{cases}$ 解得 $x=2,y=-1$.

15.$[-1,1]$

16.1

提示：$f(-1)=a\cdot(-1)^2-1=a-1$，$f(f(-1))=a\cdot(a-1)^2-1=a^3-2a^2+a-1=-1$.

所以 $a^3-2a^2+a=0$，所以 $a=1$ 或 $a=0$(舍去).

三、解答题

17.**解**：(1)由题意，得 $\begin{cases}x+2\geqslant 0,\\x^2-x-6\neq 0,\end{cases}$

即 $\begin{cases}x\geqslant -2,\\x\neq 3\text{且}x\neq -2.\end{cases}$

故函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-2,3)\cup(3,+\infty)$.

(2)由题意，得 $\begin{cases}1-x\geqslant 0,\\x-1\geqslant 0,\end{cases}$ 解得 $x=1$.

故函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{1\}$.

18.**解**：设 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$.

由 $f(0)=1$，得 $c=1$.

由 $f(x+1)-f(x)=2x$，

得 $a(x+1)^2+b(x+1)+c-(ax^2+bx+c)=2x$.

化简，得 $2ax+a+b=2x$.

所以 $2a=2$，且 $a+b=0$.

解得 $a=1,b=-1$.

故所求解析式为 $f(x)=x^2-x+1$.

19.**解**：当 $x=2$ 时，$t=100$；当 $x=28$ 时，$t=35$，

得方程组 $\begin{cases}28a+\frac{b}{28}=35,\\2a+\frac{b}{2}=100.\end{cases}$

解此方程组得 $\begin{cases}a=1,\\b=196.\end{cases}$

所以 $t=x+\frac{196}{x}$，又因为 $x\leqslant 8$，x 为正整数，所以函数 t 的定义域是 $\{x|0<x\leqslant 8,x\in\mathbf{N}_*\}$.

函数 t 的解析式是 $t=x+\frac{196}{x}$，$\{x|0<x\leqslant 8,x\in\mathbf{N}_*\}$.

20.(1)**解**：要使函数 $f(x)=\frac{1+x^2}{1-x^2}$ 有意义，只需 $1-x^2\neq 0$，解得 $x\neq\pm 1$，

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq\pm 1\}$.

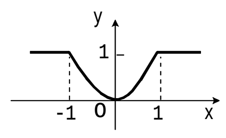
(2)**解**：因为 $f(x)=\frac{1+x^2}{1-x^2}$，且 $f(a)=2$，

所以 $f(a)=\frac{1+a^2}{1-a^2}=2$，即 $a^2=\frac{1}{3}$，解得 $a=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(3)**证明**：由已知得 $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}{1-\left(\frac{1}{x}\right)^2}=\frac{x^2+1}{x^2-1}$，$-f(x)=-\frac{1+x^2}{1-x^2}=\frac{x^2+1}{x^2-1}$，

所以 $f\left(\frac{1}{x}\right)=-f(x)$.

21.**解**：(1)利用描点法，作出 $f(x)$ 的图象，如图所示.

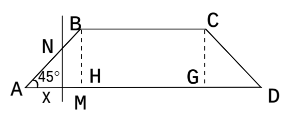


(第21题图)

(2)由于 $f\left(\pm\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$，结合此函数图象可知，使 $f(x)\geqslant\frac{1}{4}$ 的 x 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$.

(3)由图象知，当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，$f(x)=x^2$ 的值域为 $[0,1]$，当 $x>1$ 或 $x<-1$ 时，$f(x)=1$.所以 $f(x)$ 的值域为 $[0,1]$.

22.**解**：如图，过B,C点分别作AD的垂线，垂足分别为H,G，则 $AH=\frac{1}{2}$，$AG=\frac{3}{2}$.



(第22题图)

(1)当M位于H左侧时，$AM=MN=x$，

则 $y=S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}x\cdot x=\frac{1}{2}x^2\left(0\leqslant x<\frac{1}{2}\right)$.

(2)当M位于H,G之间时，

$y=\frac{1}{2}AH\cdot BH+HM\cdot MN$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\left(x-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\leqslant x<\frac{3}{2}\right)$.

(3)当M位于G,D之间时，

$y=S_{\text{梯形}ABCD}-S_{\triangle MDN}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times(2+1)-\frac{1}{2}\times(2-x)(2-x)$

$=-\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{5}{4}\left(\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 2\right)$.

综上，所求函数的关系式为

$$y=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2,0\leqslant x<\frac{1}{2},\\\frac{1}{2}x-\frac{1}{8},\frac{1}{2}\leqslant x<\frac{3}{2},\\-\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{5}{4},\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 2.\end{cases}$$

所以函数y的定义域为 $[0,2]$，值域为 $\left[0,\frac{3}{4}\right]$.

第3期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.D

提示：由于函数单调性定义突出了 x_1,x_2 的任意性，所以仅凭区间内几个函数值的关系，不能作为判断函数单调性的依据，也就是说函数单调性定义的三个特征缺一不可，故选D.

2.A

提示：因为一个奇函数的定义域为 $\{-1,2,a,b\}$，根据奇函数的定义域关于原点对称，

所以 a 与 b 有一个等于1，一个等于 -2，所以 $a+b=1+(-2)=-1$.

3.A

提示：$f(x)=\frac{2x-1}{x+1}=2-\frac{3}{x+1}$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增.

4.D

5.B

6.A

提示：设 $x_1<x_2$，因为函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数，故必有 $f(x_1)<f(x_2)$，所以 $-f(x_1)>-f(x_2)$，A选项一定成立.其余三项不一定成立，如当 $f(x)=x$ 时，B、C不成立，当 $a<0$ 时，D不成立.

7.C

提示：由于二次函数 $f(x)=4x^2-kx-8$ 在区间 $(5,20)$ 上既没有最大值也没有最小值，因此函数 $f(x)=4x^2-kx-8$ 在区间 $(5,20)$ 上是单调函数，二次函数 $f(x)=4x^2-kx-8$ 图象的对称轴方程为 $x=\frac{k}{8}$，因此 $\frac{k}{8}\leqslant 5$ 或 $\frac{k}{8}\geqslant 20$，所以 $k\leqslant 40$ 或 $k\geqslant 160$.

8.C

提示：若一个函数出现两个或两个以上的单调区间时，不能用"∪"连接.如 $-3<5$，但 $f(-3)>f(5)$，故选C.

9.A

10.A

11.C

提示：令 $x_1=x_2=0$，得 $f(0+0)=f(0)+f(0)+1$，

所以 $f(0)=-1$.

令 $x_1=x,x_2=-x$，得 $f(x-x)=f(x)+f(-x)+1$，

所以 $f(-x)+1=-f(x)-1=-(f(x)+1)$，所以 $f(x)+1$ 为奇函数.

12.B

提示：令 $F(x)=h(x)-2=af(x)+bg(x)$，则 $F(x)$ 为奇函数.

因为 $x\in(0,+\infty)$ 时，$h(x)\leqslant 5$，

所以 $x\in(0,+\infty)$ 时，$F(x)=h(x)-2\leqslant 3$.

又 $x\in(-\infty,0)$ 时，$-x\in(0,+\infty)$，

所以 $F(-x)\leqslant 3\Leftrightarrow -F(x)\leqslant 3\Leftrightarrow F(x)\geqslant -3$.

所以 $h(x)\geqslant -3+2=-1$.

二、填空题

13.$(0,1]$

提示：由 $f(x)=-x^2+2ax$ 在 $[1,2]$ 上是减函数，可得 $a\leqslant 1$，由 $g(x)=\frac{a}{x+1}$ 在 $[1,2]$ 上是减函数可得 $a>0$.所以 $0<a\leqslant 1$.

14.$-\frac{25}{3}$

15.x^2-2，x

提示：因为 $f(-x)+g(-x)=x^2-x-2$，由 $f(x)$ 是偶函数，$g(x)$ 是奇函数，得 $f(x)-g(x)=x^2-x-2$.又 $f(x)+g(x)=x^2+x-2$，两式联立得 $f(x)=x^2-2$，$g(x)=x$.

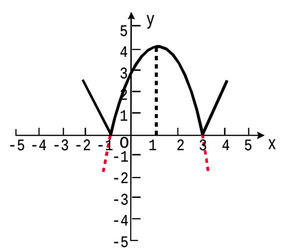
16.<

三、解答题

17.**解**：函数 $y=-x^2+2x+3$ 的对称轴是 $x=1$.

令 $y=0$，解得 $x=-1$ 或 $x=3$.

从而可得函数 $f(x)$ 的图象如下图所示.



(第17题图)

由图象可得函数的递增区间为 $[-1,1]$，$[3,+\infty)$；递减区间为 $(-\infty,-1]$，$[1,3]$.

18.**解**：因为 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，

所以 $f(-0)=-f(0)$，即 $f(0)=0$.

当 $x<0$ 时，$-x>0$，$f(-x)=(-x)^2-2(-x)-1=x^2+2x-1$.

又 $f(-x)=-f(x)$，所以 $f(x)=-f(-x)=-x^2-2x+1$.

综上，$f(x)$ 的解析式为

$$f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+1,x<0,\\0,x=0,\\x^2-2x-1,x>0.\end{cases}$$

19.**解**：(1)从年初到4月的函数关系为一次函数，经过点 $(0,40)$ 和 $(4,24)$，易得此时的解析式为 $y=-4x+40$.

从4月到12月的函数关系为二次函数，顶点是 $(7,15)$，

设 $y=a(x-7)^2+15$，

将点 $(12,40)$ 代入，得 $a=1$.

所以 P 关于 x 的函数关系式是

$$P=\begin{cases}-4x+40,0<x\leqslant 4,x\in\mathbf{N},\\(x-7)^2+15,4<x\leqslant 12,x\in\mathbf{N}.\end{cases}$$

(2)从图象中可知，一年中的7月销售量最低，此时的利润也就最低.

此时的利润 $=15\times(0.15-0.1)=0.75$(万元).

20.(1)**解**：要使函数有意义，自变量 x 的取值需满足 $x+1\geqslant 0$，解得 $x\geqslant -1$，

所以函数 $f(x)$ 的定义域是 $[-1,+\infty)$.

(2)**证明**：设 $-1\leqslant x_1<x_2$，则 $\Delta x=x_2-x_1>0$，

$f(x_1)-f(x_2)=\sqrt{x_1+1}-\sqrt{x_2+1}$

$=\frac{(\sqrt{x_1+1}-\sqrt{x_2+1})(\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1})}{\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}}$

$=\frac{(x_1+1)-(x_2+1)}{\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}}$

$=\frac{x_1-x_2}{\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}}$.

因为 $-1\leqslant x_1<x_2$，所以 $x_1-x_2<0$，$\sqrt{x_1+1}>0$，$\sqrt{x_1+1}>0$.

所以 $f(x_1)<f(x_2)$，即 $\Delta y=f(x_2)-f(x_1)>0$，

所以函数 $f(x)$ 在定义域上是增函数.

(3)**解**：因为函数 $f(x)$ 在定义域 $[-1,+\infty)$ 上是增函数，

所以 $f(x)\geqslant f(-1)=0$，即函数 $f(x)$ 的最小值是0.

21.**解**：(1)因为 $f(x)$ 为奇函数，

所以 $f(-1)=-f(1)$，即 $1-m=-(-1+2)$，

解得 $m=2$.

经检验 $m=2$ 时函数 $f(x)$ 是奇函数.

所以 $m=2$.

(2)要使 $f(x)$ 在 $[-1,a-2]$ 上单调递增，结合 $f(x)$ 的图象知 $\begin{cases}a-2>-1,\\a-2\leqslant 1,\end{cases}$

所以 $1<a\leqslant 3$，故实数 a 的取值范围是 $(1,3]$.

22.**解**：(1)对于任意正实数 x,y 都有 $f(xy)=f(x)+f(y)$，

所以当 $x=y=1$ 时，有 $f(1)=f(1)+f(1)$，所以 $f(1)=0$.

当 $x=2,y=\frac{1}{2}$ 时，有 $f\left(2\times\frac{1}{2}\right)=f(2)+f\left(\frac{1}{2}\right)$，

即 $f(2)+f\left(\frac{1}{2}\right)=0$，又 $f(2)=1$，

所以 $f\left(\frac{1}{2}\right)=-1$.

(2)$y=f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为单调增函数，证明如下：

设 $0<x_1<x_2$，则 $f(x_1)+f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)=f(x_2)$，

即 $f(x_2)-f(x_1)=f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$.

因为 $\frac{x_2}{x_1}>1$，故 $f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)>0$，

即 $f(x_2)>f(x_1)$，故 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为单调增函数.

(3)由(1)知，$f\left(\frac{1}{2}\right)=-1$，

所以 $f(8x-6)-1=f(8x-6)+f\left(\frac{1}{2}\right)$

$=f\left(\frac{1}{2}(8x-6)\right)=f(4x-3)$，

所以 $f(2x)>f(4x-3)$，

因为 $f(x)$ 在定义域 $(0,+\infty)$ 上为增函数，所以 $\begin{cases}2x>4x-3,\\4x-3>0,\end{cases}$

解得解集为 $\left\{x\middle|\frac{3}{4}<x<\frac{3}{2}\right\}$.

第4期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C 2.C

3.C

提示：因为 $3>1$，所以 $f(3)=3^2-3-3=3$，因为 $\frac{1}{3}<1$，所以 $f\left(\frac{1}{f(3)}\right)=f\left(\frac{1}{3}\right)=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$.

4.B

5.C