93.28，所以 $x=10^{93.28}$，即 $\frac{M}{N}$ 最接近 10^{93}.

11.B

提示：易判断 $f(x)=2^x-\log_{\frac{1}{3}}x$ 是增函数，因为 $0<x_1<x_0$，所以 $f(x_1)<f(x_0)=0$，故选 B.

12.C

提示：当 $a\geqslant 1$ 时，$a+1\geqslant 2$，则 $f(a)=2(a-1)$，$f(a+1)=2a$，

所以 $2(a-1)=2a$ 不成立.

当 $0<a<1$ 时，$1<a+1<2$，$f(a)=\sqrt{a}$，$f(a+1)=2a$，

所以 $\sqrt{a}=2a$，所以 $a=4a^2$，所以 $a=\frac{1}{4}$.

所以 $f\left(\frac{1}{a}\right)=f(4)=2\times(4-1)=6$，

故选 C.

二、填空题

13.2

提示：$A\cap B=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}x+y-2=0,\\x-2y+4=0\end{cases}\right.\right\}=\{(0,2)\}$，又 $(A\cap B)\subseteq C$，所以 $2=3\times 0+b$，所以 $b=2$.

14.(0.5，0.75)

15.$[0,1]\cup(2,+\infty)$.

提示：$P=[0,2]$，$Q=(1,+\infty)$，所以 $P\odot Q=[0,1]\cup(2,+\infty)$.

16.$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$

三、解答题

17.**解**：(1)因为 $A\cap B=\{2\}$，

所以 $8+2a+2=0$，$4+6+2a=0$，

所以 $a=-5$.

所以 $A=\{x|2x^2-5x+2=0\}=\left\{\frac{1}{2},2\right\}$，

$B=\{x|x^2+3x-10=0\}=\{-5,2\}$.

(2)$U=\left\{\frac{1}{2},-5,2\right\}$，

$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{-5\}\cup\left\{\frac{1}{2}\right\}=\left\{-5,\frac{1}{2}\right\}$.

(3)$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$ 的子集为：$\varnothing$，$\{-5\}$，$\left\{\frac{1}{2}\right\}$，$\left\{-5,\frac{1}{2}\right\}$.

18.**解**：(1)令 $\log_a x=t(t\in\mathbf{R})$，则 $x=a^t$，

所以 $f(t)=\frac{a}{a^2-1}(a^t-a^{-t})$.

故所求解析式为 $f(x)=\frac{a}{a^2-1}(a^x-a^{-x})$ $(x\in\mathbf{R})$.

(2)因为 $f(-x)=\frac{a}{a^2-1}(a^{-x}-a^x)=-\frac{a}{a^2-1}\cdot(a^x-a^{-x})=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数.

当 $a>1$ 时，$y=a^x$ 为增函数，$y=-a^{-x}$ 为增函数，且 $\frac{a^2}{a^2-1}>0$，所以 $f(x)$ 为增函数；

当 $0<a<1$ 时，$y=a^x$ 为减函数，$y=-a^{-x}$ 为减函数，且 $\frac{a^2}{a^2-1}<0$，所以 $f(x)$ 为增函数.

综上，$f(x)$ 在 R 上为增函数.

19.**解**：$f(x)=(x-m)^2+4m-2$.

(1)由 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上是单调递减函数得 $m\geqslant 1$.所以 m 的取值范围是 $[1,+\infty)$.

(2)当 $m\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值 $f(x)_{\min}=f(0)=m^2+4m-2=-3$，解得 $m=-2-\sqrt{3}$ 或 $m=-2+\sqrt{3}$.

当 $0<m<1$ 时，$f(x)_{\min}=f(m)=4m-2=-3$，

解得 $m=-\frac{1}{4}$(舍去).

当 $m\geqslant 1$ 时，$f(x)_{\min}=f(1)=m^2+2m-1=-3$，无解.

综上可知，实数 m 的值是 $-2\pm\sqrt{3}$.

20.**解**：(1)由题意得 $\begin{cases}a\cdot b=6,\\b\cdot a^3=24\end{cases}\Rightarrow a=2$，$b=3$，

所以 $f(x)=3\cdot 2^x$.

(2)设 $g(x)=\left(\frac{a}{b}\right)^x=\left(\frac{2}{3}\right)^x$，

则 $y=g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数.(可以不证明).

所以当 $x\leqslant 1$ 时 $g(x)_{\min}=g(1)=\frac{2}{3}$，

因为 $\left(\frac{a}{b}\right)^x\geqslant 2m+1$ 在 $x\in(-\infty,1]$ 上恒成立，

即 $g(x)_{\min}\geqslant 2m+1$，即 $2m+1\leqslant\frac{2}{3}\Rightarrow m\leqslant-\frac{1}{6}$，

所以 m 的取值范围为 $\left(-\infty,-\frac{1}{6}\right]$.

21.(1)**解**：由 $g(t)$ 为常数，得 $g(0)-\frac{p}{r}=0$，

所以 $g(0)=\frac{p}{r}$，即初始质量分数为 $\frac{p}{r}$.

(2)**证明**：设 $0<t_1<t_2$，则

$g(t_1)-g(t_2)$

$=\frac{p}{r}+\left[g(0)-\frac{p}{r}\right]\cdot e^{-\frac{r}{v}t_1}-\frac{p}{r}-\left[g(0)-\frac{p}{r}\right]\cdot e^{-\frac{r}{v}t_2}$

$=\left[g(0)-\frac{p}{r}\right]\cdot\left[e^{-\frac{r}{v}t_1}-e^{-\frac{r}{v}t_2}\right]$

$=\left[g(0)-\frac{p}{r}\right]\cdot\frac{e^{\frac{r}{v}t_2}-e^{\frac{r}{v}t_1}}{e^{\frac{r}{v}(t_1+t_2)}}$.

因为 $t_1<t_2$，所以 $e^{\frac{r}{v}t_1}<e^{\frac{r}{v}t_2}$，所以 $e^{\frac{r}{v}t_2}-e^{\frac{r}{v}t_1}>0$.

又 $g(0)-\frac{p}{r}<0$，$e^{\frac{r}{v}(t_1+t_2)}>0$，所以 $g(t_1)<g(t_2)$.

故湖水污染质量分数随时间的增加而增加，说明湖泊的污染程度会越来越严重.

(3)**解**：污染停止，即 $p=0$，则 $g(t)=g(0)\cdot e^{-\frac{r}{v}t}$.

设经过 t 天能使湖泊污染程度下降到初始污染程度的 5%，即 $g(t)=5\%\cdot g(0)$，

所以 $\frac{1}{20}=e^{-\frac{r}{v}t}$，解得 $t=\frac{v}{r}\ln 20$.

故需要经过 $\frac{v}{r}\ln 20$ 天才能使湖泊的污染程度下降到初始污染程度的 5%.

22.(1)**解**：令 $x_1=x_2=0$，$f(0)\geqslant f(0)+f(0)$，$f(0)\leqslant 0$.

又 $x\in[0,1]$ 时，$f(0)\geqslant 0$.

所以 $f(0)=0$.

(2)**解**：当 $x\in[0,1]$ 时，$2^x\in[1,2]$，

所以 $2^x-1\in[0,1]$.

所以满足条件①.

又 $g(1)=2^1-1=1$，所以满足条件②.

设 $x_1\geqslant 0$，$x_2\geqslant 0$，且 $x_1+x_2\leqslant 1$，则

$g(x_1+x_2)=2^{x_1+x_2}-1$，

$g(x_1)+g(x_2)=(2^{x_1}-1)+(2^{x_2}-1)$，

$g(x_1+x_2)-[g(x_1)+f(x_2)]$

$=2^{x_1+x_2}-2^{x_1}-2^{x_2}+1$

$=(2^{x_1}-1)(2^{x_2}-1)$.

因为 $x_1\geqslant 0$，$x_2\geqslant 0$，

所以 $2^{x_1}-1\geqslant 0$，$2^{x_2}-1\geqslant 0$.

所以 $g(x_1+x_2)\geqslant g(x_1)+g(x_2)$.

所以满足③.

所以同时满足①②③.

(3)**证明**：任给 $m,n\in[0,1]$.

若 $m<n$ 时，

$f(n)=f(m+(n-m))\geqslant f(m)+f(n-m)\geqslant f(m)$.

假设若 $x_0<f(x_0)$，则 $f(x_0)\leqslant f(f(x_0))=x_0$ 矛盾.

同理若 $x_0>f(x_0)$，则 $f(x_0)\geqslant f(f(x_0))=x_0$ 矛盾.

所以假设不成立.

所以 $f(x_0)=x_0$.

第 9 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.D　2.B　3.C　4.D　5.D　6.C　7.C

8.C

提示：设腰长为 1，则 $y=f(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2$，$0\leqslant x\leqslant 1$，其图象显然是抛物线的一部分.

9.B

提示：通过 n 块玻璃后的光线强度变为原来的 $\left(1-\frac{1}{10}\right)^n$，令 $\left(1-\frac{1}{10}\right)^n<\frac{1}{3}$，两边取对数，得 $n>\frac{\lg 3}{1-2\lg 3}\approx 10.42$，所以 n 至少取 11.

10.B

11.C

提示：开始时平均价格与即时价格一致，排除A、D；平均价格不能一直大于即时价格，排除B.

12.B

提示：依题意得 $\begin{cases}9a+3b+c=0.7,\\16a+4b+c=0.8,\\25a+5b+c=0.5,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=-0.2,\\b=1.5,\\c=-2,\end{cases}$

所以 $p=-0.2t^2+1.5t-2=-0.2\left(t-\frac{15}{4}\right)^2+\frac{13}{16}$，所以当 $t=3.75$ 时，p 取得最大值.

二、填空题

13.$y=x^2$　14.8　15.36.72

16.ABE(或 $BDEF$)

提示：可以先用 6 亿元投资项目 E，所获利润为 0.9 亿元，那么剩下的 7 亿元投资所获利润只需大于 0.7 亿元.

方案 1：用 5 亿元投资项目 A，所获利润为 0.55 亿元，剩下的 2 亿元只能投资项目 B，则又获得利润 0.4 亿元，此时剩下的 7 亿元投资所获利润为 0.95 亿元，则投资项目选 ABE 符合要求.

方案 2：用 4 亿元投资项目 D，所获利润为 0.5 亿元，剩下的 3 亿元只能投资项目 B,F，则又获得利润 0.5 亿元，此时剩下的 7 亿元投资所获利润为 1 亿元，则投资项目选 $BDEF$ 符合要求.

三、解答题

17.**解**：(1)根据题意，课桌高度 y 是椅子高度 x 的一次函数，故可设函数解析式为 $y=kx+b(k\neq 0)$.将符合条件的两套课桌椅的高度代入上述函数解析式，得 $\begin{cases}40k+b=75,\\37k+b=70.2,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}k=1.6,\\b=11,\end{cases}$ 所以 y 与 x 的函数解析式是 $y=1.6x+11$.

(2)把 $x=42$ 代入(1)中所求的函数解析式中，有 $y=1.6\times 42+11=78.2$.所以给出的这套桌椅是配套的.

18.**解**：曲线 C_1 对应的函数是 $f(x)=1.1^x$，

曲线 C_2 对应的函数是 $h(x)=x^{\frac{1}{2}}$，

曲线 C_3 对应的函数是 $g(x)=\ln x+1$.

当 $x<1$ 时，$f(x)>h(x)>g(x)$；

当 $1<x<e$ 时，$f(x)>g(x)>h(x)$；

当 $e<x<a$ 时，$g(x)>f(x)>h(x)$；

当 $a<x<b$ 时，$g(x)>h(x)>f(x)$；

当 $b<x<c$ 时，$h(x)>g(x)>f(x)$；

当 $c<x<d$ 时，$h(x)>f(x)>g(x)$；

当 $x>d$ 时，$f(x)>h(x)>g(x)$.

19.**解**：(1)由题意得 $a(1-p\%)^{10}=\frac{a}{2}$，即 $(1-p\%)^{10}=\frac{1}{2}$，解得 $p\%=1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{10}}$.

(2)设经过 m 年森林面积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$，

则 $a(1-p\%)^m=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，即 $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{m}{10}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$，

得 $\frac{m}{10}=\frac{1}{2}$，解得 $m=5$.

故到今年为止，已砍伐了5年.

(3)设从今年开始，n 年后森林面积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}a\cdot(1-p\%)^n$，

令 $\frac{\sqrt{2}}{2}a(1-p\%)^n\geqslant\frac{1}{4}a$，

即 $(1-p\%)^n\geqslant\frac{\sqrt{2}}{4}$，

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{10}}\geqslant\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$，得 $\frac{n}{10}\leqslant\frac{3}{2}$，解得 $n\leqslant 15$，

故今后最多还能砍伐15年.

20.**解**：(1)设投资人购买的股票价格为 m，

则经历一个涨停后价格为 $m(1+10\%)=1.1m$，

又经历一个跌停后价格为 $1.1m\cdot(1-10\%)=0.99m<m$，

所以该投资人有一定的亏损.

(2)设至少要 n 个交易日以后资金才会翻番且投资人的资金为a，

则 $a(1+10\%)^n\geqslant 2a$，即 $1.1^n\geqslant 2$，

两边取常用对数，得 $n\lg 1.1\geqslant\lg 2$.

又 $\lg 1.1>0$，所以 $n\geqslant\frac{\lg 2}{\lg 1.1}\approx 7.3$.

故至少要 8 个交易日以后，资金才会翻番.

21.**解**：由题意知，每年投入广告费 x 万元，年销量为 $Q=\frac{3x+1}{x+1}$ 万件，年平均每万件产品成本为 $32+\frac{3}{Q}$，年平均每万件产品所占广告费为 $\frac{x}{Q}$，售价为 $\frac{3}{2}\left(32+\frac{3}{Q}\right)+\frac{1}{2}\cdot\frac{x}{Q}=48+\frac{x+9}{2Q}$，

则年利润为 $y=Q\left(48+\frac{x+9}{2Q}\right)-32Q-3-x=16Q+\frac{x+3}{2}-x=50-\left(\frac{32}{x+1}+\frac{x+1}{2}\right)$.

当 $x=100$ 时，显然 $y<0$.

答：当年广告费投入 100 万元，该公司亏损.

22.**解**：依题意，得 $\begin{cases}a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=52,\\a\cdot 2^2+b\cdot 2+c=54,\\a\cdot 3^2+b\cdot 3+c=58,\end{cases}$

即 $\begin{cases}a+b+c=52,\\4a+2b+c=54,\\9a+3b+c=58,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=-1,\\c=52,\end{cases}$

所以甲：$y_1=x^2-x+52$，

又 $\begin{cases}p\cdot q^1+r=52,①\\p\cdot q^2+r=54,②\\p\cdot q^3+r=58,③\end{cases}$

②−①，得 $p\cdot q^2-p\cdot q^1=2$，④

③−②，得 $p\cdot q^3-p\cdot q^2=4$，⑤

⑤÷④，得 $q=2$.

将 $q=2$ 代入④式，得 $p=1$.

将 $q=2$，$p=1$ 代入①式，得 $r=50$，

所以乙：$y_2=2^x+50$.

计算当 $x=4$ 时，$y_1=64$，$y_2=66$；

当 $x=5$ 时，$y_1=72$，$y_2=82$；

当 $x=6$ 时，$y_1=82$，$y_2=114$.

可见，乙选择的模型较好.

第 10 期

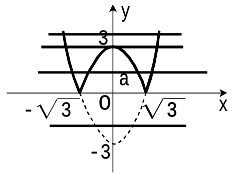
第 3 版章节测试题参考答案

一、选择题

1.D 2.D 3.B 4.A 5.C

6.A

提示:在同一坐标系中分别画出函数 $y_1=|x^2-3|$ 和 $y_2=a$ 的图象,如图所示.



(第 6 题图)

可知方程解的个数为 0,2,3 或 4,不可能有 1 个解.

7.C 8.C 9.D 10.D

11.C

提示:操作次数为 n 时的浓度为 $\left(\frac{9}{10}\right)^{n+1}$,由 $\left(\frac{9}{10}\right)^{n+1}<10\%$,得 $n+1>\frac{-1}{\lg\frac{9}{10}}=\frac{-1}{2\lg 3-1}\approx 21.8$,所以 $n\geqslant 21$.

12.D

提示:由常数 a,b 同号,b,c 异号,可得 a,c 异号,令 $2^x=t$,则方程变为 $at^2+bt+c=0,t>0$,由于此方程的判别式 $\Delta=b^2-4ac>0$,故此方程有 2 个不等实数根,且两根之积为 $\frac{c}{a}<0$,故关于 t 的方程只有一个实数根,故关于 x 的方程只有一个实数根.

二、填空题

13.3

14.(0,1]

提示:x_1,x_2 是函数 $f(x)$ 的零点,则 x_1,x_2 为方程 $x^2-2x+b=0$ 的两正根,

则有 $\begin{cases}\Delta\geqslant 0,\\ x_1+x_2=2>0\\ x_1x_2=b>0,\end{cases}$,即 $\begin{cases}4-4b\geqslant 0,\\ b>0,\end{cases}$

解得 $0<b\leqslant 1$.

15.1,$\frac{25}{2}$

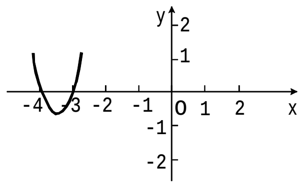
16.2

提示:因为 $2<a<3<b<4$,所以 $f(2)=\log_a 2+2-b<1+2-b=3-b<0$,$f(3)=\log_a 3+3-b>1+3-b=4-b>0$.即 $f(2)\cdot f(3)<0$,易知 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在唯一的零点 x_0,且 $x_0\in(2,3)$,所以 $n=2$.

三、解答题

17.解:(1)函数的图象如下:

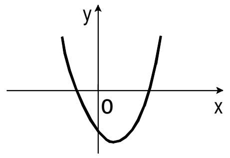


(第 17 题图 1)

所以原方程有两个不相等的实根.

(2)$\lg(x^2-x-2)=0\Rightarrow x^2-x-3=0$,

因为函数 $f(x)=x^2-x-3$ 的大致图象如下:



(第 17 题图 2)

所以原方程有两个不相等的实根.

18.解:因为 $f(-1)=-4<0,f(1)=\frac{20}{11}>0$,$f(0)=-\frac{12}{11}<0$,

所以由 $f(0)\cdot f(1)<0$,知 $f(x)$ 的零点在区间(0,1)内.

又 $f(0.5)=0$,

所以方程 $f(x)=0$ 在区间(−1,1)上的根为 $x=0.5$.

19.解:(1)由已知,当 $t=0$ 时,$P=P_0$;当 $t=5$ 时,$P=90\%P_0$.

于是有 $90\%P_0=P_0e^{-5k}$,

解得 $k=-\frac{1}{5}\ln 0.9$(或 0.022).

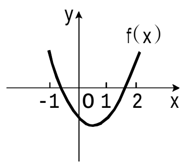
(2)由(1)得,$P=P_0e^{\left(\frac{1}{5}\ln 0.9\right)t}$.当 $P=40\%P_0$ 时,有 $0.4P_0=P_0e^{\left(\frac{1}{5}\ln 0.9\right)t}$.

解得 $t=\frac{\ln 0.4}{\frac{1}{5}\ln 0.9}\approx\frac{-0.92}{\frac{1}{5}\times(-0.11)}=\frac{4.60}{0.11}\approx 41.82$.

故污染物减少到 40%至少需要 42 小时.

20.解:令 $f(x)=2x^2-x+2m+1$.

(1)由题意知,函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴的交点横坐标分别在区间(−1,0),(1,2)内,



(第 20 题图)

画出示意图(如上图),得

$\begin{cases}f(0)=2m+1<0,\\ f(-1)=2m+4>0,\\ f(1)=2m+2<0,\\ f(2)=2m+7>0\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}m<-\frac{1}{2},\\ m>-2,\\ m<-1,\\ m>-\frac{7}{2}\end{cases}\Rightarrow -2<m<-1$.

故实数 m 的取值范围是(−2,−1).

(2)由题意知,函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴的两个不同的交点横坐标均在区间(0,1)内,

则 $\begin{cases}\Delta>0,\\ f(0)>0,\\ f(1)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1-8(2m+1)>0,\\ 2m+1>0,\\ 2m+2>0\end{cases}\Rightarrow -\frac{1}{2}<m<-\frac{7}{16}$.

故实数 m 的取值范围是 $\left(-\frac{1}{2},-\frac{7}{16}\right)$.

21.解:(1)因为 $f(x)$ 的两个零点是−3 和 2,所以函数图象过点(−3,0),(2,0),

所以有 $9a-3(b-8)-a-ab=0$,①

$4a+2(b-8)-a-ab=0$,②

①−②得 $b=a+8$.③

把③代入②得 $4a+2a-a-a(a+8)=0$,即 $a^2+3a=0$.

因为 $a\neq 0$,所以 $a=-3,b=a+8=5$.

所以 $f(x)=-3x^2-3x+18$.

(2)由(1)得 $f(x)=-3x^2-3x+18=-3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+18+\frac{3}{4}$,图象的对称轴方程是 $x=-\frac{1}{2}$,又 $0\leqslant x\leqslant 1$,

所以 $f(x)_{\min}=f(1)=12$,$f(x)_{\max}=f(0)=18$,

所以函数 $f(x)$ 的值域是[12,18].

22.解:(1)因为随着时间 x 的增加,y 的值先减少后增加,而在所给的三个函数中 $y=ax+b$ 和 $y=a\log_b x$ 显然都是单调函数,不满足题意,

所以 $y=ax^2+bx+c$ 最合适.

(2)把点(4,90),(10,51),(36,90)代入方程,

得 $\begin{cases}a\times 4^2+4b+c=90,\\ a\times 10^2+10b+c=51,\\ a\times 36^2+36b+c=90,\end{cases}$

解方程组,得 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\ b=-10,\\ c=126,\end{cases}$ 所以 $y=\frac{1}{4}x^2-10x+126=\frac{1}{4}(x-20)^2+26$.

所以当 $x=20$ 时,y 有最小值,$y_{\min}=26$.

故该纪念章市场价最低时的上市天数为 20,最低价格为 26 元.

(3)由(2)知 $f(x)=\frac{1}{4}x^2-10x+126$,

因为 $f(x)=kx+2m+120$ 恒有两个相异的实根,则 $\frac{1}{4}x^2-(k+10)x+6-2m=0$ 恒有两个相异的实根,

所以 $\Delta=[-(k+10)]^2-4\times\frac{1}{4}(6-2m)>0$ 恒成立,即 $2m>-(k+10)^2+6$ 对任意

$k\in\mathbf{R}$ 恒成立,而 $-(k+10)^2+6\leqslant 6$,

所以只需 $2m>6$,即 $m>3$.

故 m 的取值范围为(3,+∞).

第 11 期

第 2、3 版综合检测题(一)

参考答案

一、选择题

1.C 2.D 3.A 4.C 5.B 6.A 7.A 8.B 9.A

10.B

提示:因为 $2^t=-\log_2 t=\log_{\frac{1}{2}}t$,所以方程 $2^t+\log_2 t=0$ 的解就是函数 $y=2^x$ 与函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 交点的横坐标,则交点 $E\left(t,\log_{\frac{1}{2}}t\right)$,显然 $t<1<\log_{\frac{1}{2}}t$.

11.A

提示:$f(x)=(k-1)a^x-a^{-x}(a>0,a\neq 1)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是奇函数,所以 $f(0)=0$,所以 $k=2$.又 $f(x)$ 是减函数,所以 $0<a<1$,则 $g(x)=\log_a(x+k)$ 的图象是 A.

12.C

提示:这位顾客花的 70 000 元可得奖励券 700×20=14 000(元),只有这位顾客继续把奖励券消费掉,才能得到最多优惠,当他把 14 000 元奖励券消费掉可得 140×20=2 800(元)奖励券,再消费又可得到 28×20=560(元)奖励券,560 元消费再加上先前 70 040 中的 40 元共消费 600 元应得奖励券 6×20=120(元),120 元奖励券消费时又得 20 元奖励券.所以他总共会得到 14 000+2 800+560+120+20=17 500(元)优惠.

二、填空题

13.(−∞,1] 14.$\frac{1}{3}$

15.6

提示:$f(2)=\lg 32+\log_4 16+6\lg\frac{1}{2}+\lg\frac{1}{5}=5\lg 2+2-6\lg 2-\lg 5=2-(\lg 2+\lg 5)=2-1=1$,因为 $y=f(x)+x$ 是偶函数,所以 $f(-x)-x=f(x)+x$,所以 $f(-x)=f(x)+2x$,所以 $g(-2)=f(-2)+1=f(2)+2\times 2+1=6$.

16.(−∞,1]

提示:因为要使 $f(x)=\lg(2^x-b)$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上,恒有 $f(x)\geqslant 0$,所以有 $2^x-b\geqslant 1$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上恒成立,即 $2^x\geqslant b+1$ 恒成立.又因为指数函数 $g(x)=2^x$ 在定义域上是增函数. 所以只要 $2\geqslant b+1$ 成立即可,解得 $b\leqslant 1$.

三、解答题

17.解:因为 A=B,

所以 $\begin{cases}1+d=q,&①\\ 1+2d=q^2,&②\end{cases}$ 或 $\begin{cases}1+d=q^2,&③\\ 1+2d=q.&④\end{cases}$

由①²−②,得 $(1+d)^2=1+2d$.

解得 d=0.

但当 d=0 时,1+d=1+2d=1 与集合元素互异性相矛盾,应舍去.

由④²−③,得 $(1+2d)^2=1+d$,即 $4d^2+3d=0$.

所以 $d=-\frac{3}{4}$,或 d=0(舍去).

当 $d=-\frac{3}{4}$ 时,$q=1+2d=1+2\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{1}{2}$.所以 d,q 的值分别为 $-\frac{3}{4},-\frac{1}{2}$.

18.解:(1)若函数的一个零点为 2,则 $(1-a)\times 2^2-2a-1=0$,

所以 6a=3,即 $a=\frac{1}{2}$.

(2)若 1−a=0,则 a=1,此时 $f(x)=-x-1$ 是一次函数,只有一个零点.

若 $1-a\neq 0$,此时函数 $f(x)$ 为二次函数,

依题意得方程 $(1-a)x^2-ax-1=0$ 应有一个实数根,

所以 $\Delta=(-a)^2-4\times(1-a)\times(-1)=a^2-4a+4=(a-2)^2=0$.

所以 a=2.

综上所述,实数 a 的值为 1 或 2.

19.解:(1)由已知得 $A=\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$,$B=\{x|\log_2 x>1\}=\{x|x>2\}$,

所以 $A\cap B=\{x|2<x\leqslant 3\}$,

$(\complement_R B)\cup A=\{x|x\leqslant 2\}\cup\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}=\{x|x\leqslant 3\}$.

(2)①当 $a\leqslant 1$ 时,$C=\varnothing$,此时 $C\subseteq A$;

②当 $a>1$ 时,若 $C\subseteq A$,则 $1<a\leqslant 3$.

综合①②,可得 a 的取值范围是(−∞,3].

20.解:首先求函数 $y=[f(x)]^2+f(x^2)$ 的定义域,有 $\begin{cases}1\leqslant x\leqslant 9,\\ 1\leqslant x^2\leqslant 9,\end{cases}$

则 $\begin{cases}1\leqslant x\leqslant 9,\\ 1\leqslant x\leqslant 3\text{ 或 }-3\leqslant x\leqslant -1,\end{cases}$

所以 $1\leqslant x\leqslant 3$,

即函数的定义域为[1,3].

又 $y=[f(x)]^2+f(x^2)$

$=(2+\log_3 x)^2+2+\log_3 x^2$

$=(\log_3 x)^2+6\log_3 x+6$,

令 $t=\log_3 x$,由 $x\in[1,3]$ 知:$t\in[0,1]$,

所以 $y=t^2+6t+6=(t+3)^2-3$,

该函数在 $t\in[0,1]$ 上递增,

所以当 $t=0$,即 $x=1$ 时,$y_{\min}=6$;

当 $t=1$,即 $x=3$ 时,$y_{\max}=13$.

故函数的值域为[6,13].

21.解:因为 $f(0)=1-\sqrt{2}$,$f(1)=2$,所以 $f(0)\cdot f(1)<0$,说明函数 $f(x)=3^x-\sqrt{2-x}$ 在区间(0,1)内有零点 x_0.

取区间(0,1)的中点 $x_1=0.5$,用计算器算得 $f(0.5)\approx 0.507$.

因为 $f(0)\cdot f(0.5)<0$,所以 $x_0\in(0,0.5)$.

再取区间(0,0.5)的中点 $x_2=0.25$,用计算器算得 $f(0.25)\approx -0.007$.

因为 $f(0.25)\cdot f(0.5)<0$,

所以 $x_0\in(0.25,0.5)$.

同理可得 $x_0\in(0.25,0.375)$,$x_0\in(0.25,0.3125)$.

由于 $|0.3125-0.25|=0.0625<0.1$,

所以,函数 $f(x)=3^x-\sqrt{2-x}$ 在区间(0,1)内的零点近似值可取为 0.3125.

22.解:(1)设 $g(x)=a^x(a>0,a\neq 1)$,

由 $g(3)=8$ 得 $a=2$,故 $g(x)=2^x$,

由题意,$f(x)=\frac{-g(x)+n}{g(x)+m}=\frac{-2^x+n}{2^x+m}$,

因为 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,

所以 $f(0)=0$,得 $n=1$.

所以 $f(x)=\frac{-2^x+1}{2^x+m}$,

又由 $f(1)=-f(-1)$ 知 $m=1$,

所以 $f(x)=\frac{1-2^x}{1+2^x}$.

(2)$f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的单调减函数.

证明:设 $x_1\in\mathbf{R},x_2\in\mathbf{R}$ 且 $x_1<x_2$,

$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1-2^{x_1}}{1+2^{x_1}}-\frac{1-2^{x_2}}{1+2^{x_2}}$

$=\frac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(1+2^{x_1})(1+2^{x_2})}$,

因为 $y=2^x$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调增函数且 $x_1<x_2$,故 $2^{x_1}<2^{x_2}$,

又因为 $1+2^{x_1}>0,1+2^{x_2}>0$,

故 $f(x_1)-f(x_2)>0$,

所以 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的单调减函数.

第 12 期

第 2、3 版综合检测题(二)参考答案

一、选择题

1.A 2.C 3.C 4.D 5.C 6.A 7.A 8.B 9.D

10.D

提示:设 $\frac{M}{N}=x=\frac{3^{361}}{10^{80}}$,两边取对数,

$\lg x=\lg\frac{3^{361}}{10^{80}}=\lg 3^{361}-\lg 10^{80}=361\times\lg 3-80=$