所以$[g(t)]_{max}=g(1)=\log_2\frac{9}{5}$.

所以$[g(t)]_{max}=\log_2\frac{9}{5}<f(m)=\log_{\frac{1}{2}}m=\log_2\frac{1}{m}$.

所以$\frac{1}{m}>\frac{9}{5}$,所以$0<m<\frac{5}{9}$.所以实数m的取值范围是$(0,\frac{5}{9})$.

第8期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B

2.B

3.B

提示:$y=\log_{\frac{1}{2}}x$是单调减函数;函数$y=x^2-\frac{1}{2}$在区间(-1,1)内先减后增;函数$y=-x^3$是减函数;函数$y=2^x-1$单调递增,且有零点$x=0$.

4.C

5.D

提示:$f(x)=-x-x^3$的图象在$[a,b]$上是连续的,并且是单调递减的,又因为$f(a)\cdot f(b)<0$,可得$f(x)=0$在$[a,b]$内有唯一一个实根.

6.C

提示:把$y=f(x)$的图象向下平移一个单位后,只有C中的图象满足$y=f(x)-1$与x轴无交点.

7.B

提示:令$f(x)=0$,则有$\Delta=b^2-4ac>0$,所以$f(x)$的零点个数是2.

8.A

提示:$f(x)=x+\frac{a}{x}(a\in\mathbf{R})$的图象在(1,2)上是连续不断的,逐个选项代入验证,当$a=-2$时,$f(1)=1-2=-1<0$,$f(2)=2-1=1>0$.故$f(x)$在区间(1,2)上有零点,同理,其他选项不符合,选A.

9.B

10.C

11.C

12.A

提示:由于二次函数$f(x)$的二次项系数1>0,且$f(m)<0$,则二次函数$f(x)$存在两个零点,设为x_1,x_2,且$x_1<x_2$.

则$x_2+x_1=1,x_2x_1=a,x_2-x_1>0,x_1<m<x_2$,所以$x_2-x_1=\sqrt{(x_2+x_1)^2-4x_2x_1}=\sqrt{1-4a}$,由于$a>0$,则$\sqrt{1-4a}<1$,则$m-1<x_1$,所以$f(m-1)>0$.

二、填空题

13.(-1,0)

提示:因为$f(x)=x+b$是增函数,又$f(x)=x+b$的零点在区间(0,1)内,所以$\begin{cases}f(0)<0,\\f(1)>0.\end{cases}$

所以$\begin{cases}b<0,\\1+b>0.\end{cases}$所以$-1<b<0$.

14.$a<b<c$

提示:因为$e^a+a=0$,所以$e^a=-a$,所以$a<0$;

因为$\ln b+b=0$,所以$\ln b=-b$,且$b>0$,所以$0<b<1$;

因为$\ln c-1=0$,所以$c=e>1$,所以$a<b<c$.

15.1.5,1.75,1.875,1.8125

16.(1,2)

三、解答题

17.解:因为$-\frac{1}{2}$是函数$f(x)$的一个零点,

所以$f(-\frac{1}{2})=0$.

因为$y=f(x)$是偶函数且在$(-\infty,0]$上单调递增,

所以当$\log_{\frac{1}{4}}x\le0$,即$x\ge1$时,$\log_{\frac{1}{4}}x\ge-\frac{1}{2}$,解得$x\le2$,

即$1\le x\le2$.

由对称性可知,当$\log_{\frac{1}{4}}x>0$时,$\frac{1}{2}\le x<1$.

综上所述,x的取值范围是$[\frac{1}{2},2]$.

18.解:(1)分别画出函数$y_1=x^3$,$y_2=3x+1$的图象(图略),不难发现有3个交点,故原方程有3个实数根.

(2)分别画出函数$y_1=3^{x-1}$,$y_2=\ln x$的图象(图略),不难发现没有交点,故原方程无实数根.

19.解:取区间[0,1]作为起始区间,用二分法逐次计算如下.

取区间[0,1]的中点$x_1=0.5$,用计算器算得$f(0.5)\approx0.6$.

因为$f(0)\cdot f(0.5)<0$,

所以$x_0\in(0,0.5)$.

再取区间(0,0.5)的中点$x_2=0.25$,用计算器算得$f(0.25)\approx-0.7$.

因为$f(0.25)\cdot f(0.5)<0$,

所以$x_0\in(0.25,0.5)$.

同理可得,$x_0\in(0.375,0.5)$,$x_0\in(0.375,0.4375)$.

由于$|0.375-0.4375|=0.0625<0.1$,故方程$e^x+4x-3=0$的近似解可取为0.4375.

20.解:当$a=0$时,函数为$y=-x+2$,则其零点为$x=2$.

当$a=\frac{1}{2}$时,则由$(\frac{1}{2}x-1)(x-2)=0$,解得$x_1=x_2=2$,则其零点为$x=2$.

当$a\ne0$且$a\ne\frac{1}{2}$时,则由$(ax-1)\cdot(x-2)=0$,

解得$x=\frac{1}{a}$或$x=2$,

综上所述,当$a=0$或$\frac{1}{2}$时,零点为$x=2$;当$a\ne0$且$a\ne\frac{1}{2}$时,零点为$x=\frac{1}{a}$和$x=2$.

21.解:由函数$f(x)=4^x+k\cdot2^x+1$只有一个零点知,

方程$(2^x)^2+k\cdot2^x+1=0$只有一个实数根,

令$2^x=t(t>0)$,则$t^2+kt+1=0$只有一个正实数根.

(1)当$\Delta=k^2-4=0$时,$k=\pm2$.若$k=2$,则$t=-1$(舍去);若$k=-2$,则$t=1$,即$2^x=1$,$x=0$,满足题意.

(2)当$\Delta=k^2-4>0$时,方程$t^2+kt+1=0$有两个正实数根,而$t^2+kt+1=0$只有一个正实数根,所以$\Delta=k^2-4>0$不成立.

所以实数k的值为-2,该零点为0.

22.解:(1)设2 016年每台A型手提电脑的生产成本为P元,依题意得$P(1+50\%)=5\ 000\times(1+20\%)\times80\%$,

解得$P=3\ 200$(元).

(2)设2 013年~2 016年生产成本平均每年降低的百分数为x,根据题意,得$5\ 000(1-x)^4=3\ 200(0<x<1)$,

即$5(1-x)^2=4(0<x<1)$.

令$f(x)=5(1-x)^2-4$,则$f(0.10)=0.05>0$,$f(0.11)=-0.039\ 5<0$,

所以$f(x)$在(0.10,0.11)内有一个零点x_0,取区间[0.10,0.11]的中点$x_1=0.105$,

则$f(0.105)\approx0.005>0$,所以$f(0.11)\cdot f(0.105)<0$,所以$x_0\in(0.105,0.11)$.

由于$|0.11-0.105|=0.005<0.01$,所以$f(x)=0$的近似解可取为0.11.

第5期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C

2.C

提示:选项A中$(-1)^{\frac{1}{3}}$和$(-1)^{\frac{2}{6}}$均符合分数指数幂的定义,但$(-1)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{-1}=-1$,$(-1)^{\frac{2}{6}}=\sqrt[6]{(-1)^2}=1$,故A不满足题意;选项B中,0的负分数指数幂没有意义,故B不满足题意;选项D中,$4^{-\frac{3}{2}}$和$(\frac{1}{2})^{-3}$虽符合分数指数幂的定义,但值不相等,故D不满足题意;选项C中,$2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$,$4^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{2^2}=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$,满足题意.

3.C

4.D

5.D

提示:$y_1=2^{1.8}$,$y_2=2^{1.32}$,$y_3=2^{1.5}$,根据函数$y=2^x$的单调性,可知$y_1>y_3>y_2$,故选D.

6.B

提示:要使函数$y=\sqrt{2^{x-1}-8}$有意义,必须满足$2^{x-1}-8\ge0$,即$2^{x-1}\ge8=2^3$,则$x-1\ge3$,解得$x\ge4$.

7.A

8.C

9.D

提示:依题意设$f(x)=a^x(a>0$,且$a\ne1)$,则$a^{-1}=3$,得$a=\frac{1}{3}$,故$f(x)=(\frac{1}{3})^x$是减函数.

10.A

提示:$y=8\cdot2^{-x}=(\frac{1}{2})^{x-3}$,只需将函数$y=(\frac{1}{2})^x$的图象向右平移3个单位.

11.D

提示:由题图知$f(1)=\frac{1}{2}$,所以$a=\frac{1}{2}$,所以$f(x)=(\frac{1}{2})^x$,

由题意得$g(x)=-f(-x)=-(\frac{1}{2})^{-x}=-2^x$.

12.D

提示:若$a>1$,则函数$f(x)=a^x$在[1,2]上单调递增,

所以$a^2-a=\frac{a}{2}$,解得$a=\frac{3}{2}$或$a=0$(舍去);

若$0<a<1$,则函数$f(x)=a^x$在[1,2]上单调递减,

所以$a-a^2=\frac{a}{2}$,解得$a=\frac{1}{2}$或$a=0$(舍去).综上,a的值是$\frac{1}{2}$或$\frac{3}{2}$.

二、填空题

13.③

14.2

提示:$f(x)+f(-x)=(\frac{2}{2^x+1}+ax)+[\frac{2}{2^{-x}+1}+a(-x)]=\frac{2}{2^x+1}+\frac{2}{2^{-x}+1}=\frac{2}{2^x+1}+\frac{2\cdot2^x}{1+2^x}=\frac{2+2\cdot2^x}{2^x+1}=2$.故$f(2018)+f(-2018)=2$.

15.(2,2)

提示:由于函数$y=a^x(a>0$,且$a\ne1)$的图象恒过定点(0,1),故可令$x-2=0$,即$x=2$,此时有$f(2)=3-a^0=3-1=2$.故所求定点M的坐标为(2,2).

16.[-1,1]

提示:因为$y_1=2^x+1>1$,$y_2=-2^x-1<-1$,y_1与y_2无公共点,而$y=b$为平行于x轴的直线,所以当$b\in[-1,1]$时,它与y_1,y_2均无公共点.

三、解答题

17.解:(1)原式$=(2^5)^{-\frac{3}{5}}-(\frac{64}{27})^{-\frac{2}{3}}+\frac{1}{(\sqrt{2})^2}+1$

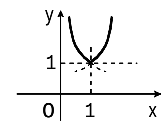
$=2^{-3}-[(\frac{3}{4})^3]^{\frac{2}{3}}+\frac{1}{2}+1$

$=\frac{1}{8}-\frac{9}{16}+\frac{1}{2}+1=\frac{17}{16}$.

(2)原式$=[2\times(-6)\div(-3)]a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}\cdot b^{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}-\frac{8}{15}}=4ab^0=4a$.

18.解:$y=2^{|x-1|}=\begin{cases}2^{x-1},x\ge1,\\(\frac{1}{2})^{x-1},x<1.\end{cases}$

其图象由两部分合成的,如图所示.一是把$y=2^x$的图象向右平移1个单位长度,取$x\ge1$的部分,二是把$y=(\frac{1}{2})^x$的图象向右平移1个单位长度,取$x<1$的部分,对接处的公共点为(1,1).



(第18题图)

由图象可知,函数的单调递减区间为$(-\infty,1]$;单调递增区间为$[1,+\infty)$,值域为$[1,+\infty)$.

19.解:因为$f(x)+g(x)=a^x-a^{-x}+2$,又$f(x)$是奇函数,$g(x)$是偶函数,

所以$f(-x)+g(-x)=-f(x)+g(x)=a^{-x}-a^x+2$,

所以$f(2)+g(2)=a^2-a^{-2}+2$,$-f(2)+g(2)=a^{-2}-a^2+2$,

两式联立解得$f(2)=a^2-a^{-2}$,$g(2)=2$,又因为$g(2)=a$,所$a=2$,所以$f(2)=\frac{15}{4}$.

20.解:(1)由已知得$\begin{cases}k\cdot a^0=1\\k\cdot a^{-3}=8,\end{cases}$

解得$k=1$,$a=\frac{1}{2}$.

故$f(x)=(\frac{1}{2})^{-x}=2^x$.

(2)由(1)知$g(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$,函数$g(x)$为奇函数.

证明:函数$g(x)$的定义域为$\mathbf{R}$,

又$g(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=\frac{1-2^x}{1+2^x}=-\frac{2^x-1}{2^x+1}=-g(x)$,

故函数$g(x)$是奇函数.

21.解:因为经过5分钟后容器A与容器B中的水量相等,故$m\cdot3^{-5a}=\frac{m}{2}$,即$3^{5a}=2$.

因为经过(5+n)分钟后容器A中的水只剩$\frac{m}{8}$升,

所以$\frac{m}{8}=m\cdot3^{-a(5+n)}$,结合$3^{5a}=2$,得$3^{na}=4=3^{10a}$,

所以$n=10$.

22.解:(1)因为$f(x)=3^x$,

所以$f(a+2)=3^{a+2}=18$,得$3^a=2$.

又$g(x)=3^{ax}-4^x=(3^a)^x-4^x$,

所以$g(x)=2^x-4^x,x\in[0,1]$.

(2)令$t=2^x$,$y=t-t^2=-(t-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$.

因为$x\in[0,1]$,且函数$t=2^x$在[0,1]上单调递增,所以$t\in[1,2]$.

因为$\frac{1}{2}<1$,所以函数$y=t-t^2$在[1,2]上单调递减,

所以函数$g(x)$的单调递减区间为

② [0,1].证明如下:

任取 $x_1,x_2\in[0,1]$，且 $x_1<x_2$，

则 $g(x_2)-g(x_1)=2^{x_2}-4^{x_2}-2^{x_1}+4^{x_1}=(2^{x_2}-2^{x_1})-(2^{x_2}-2^{x_1})(2^{x_2}+2^{x_1})=(2^{x_2}-2^{x_1})\cdot(1-2^{x_2}-2^{x_1})$.

因为 $0\le x_1<x_2\le1$，所以 $2^{x_2}>2^{x_1}$，且 $1\le2^{x_1}<2$，$1<2^{x_2}\le2$，

所以 $2<2^{x_1}+2^{x_2}<4$，$2^{x_2}-2^{x_1}>0$，且 $-3<1-2^{x_1}-2^{x_2}<-1<0$，

所以 $g(x_2)-g(x_1)<0$，即 $g(x_1)>g(x_2)$.

故函数 $g(x)$ 在区间[0,1]上单调递减.

(3)因为 $g(x)$ 在[0,1]上是减函数，所以 $g(1)\le g(x)\le g(0)$.

因为 $g(1)=2^1-4^1=-2$，$g(0)=2^0-4^0=0$，

所以 $-2\le g(x)\le0$.

所以函数 $g(x)$ 的值域为[-2,0].

第6期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.D 2.D 3.D 4.A

5.D

提示:原式可化为 $\log_8 m=\frac{2}{\log_3 4}$，$\frac{\lg m}{3\lg2}=\frac{2}{\frac{\lg4}{\lg3}}$，即 $\lg m=\frac{6\lg2\cdot\lg3}{2\lg2}$，$\lg m=\lg27$，所以 m=27.

6.C

提示:因为 $\lg(a+b)=\lg a+\lg b=\lg(ab)$，

所以 $a+b=ab$，

所以 $\lg(a-1)+\lg(b-1)=\lg[ab-(a+b)+1]=\lg1=0$.

7.A 8.D 9.A

10.C

提示: $y=\log_2|x|=\begin{cases}\log_2x,x>0,\\ \log_2(-x),x<0,\end{cases}$ 当 x>0时，$y=\log_2|x|$ 单调递增，排除A，D，又当x<0时，函数 $y=\log_2|x|$ 单调递减，故选C.

11.B

提示:因为对数函数 $y=\log_{(2a-1)}x$ 在定义域上是增函数，所以 2a-1>1，解得a>1，所以，实数a的取值范围是(1,+∞).

12.D

提示:当 $a\le0$ 时，由 $2^a<1$，得 $a<0$；

当 $a>0$ 时，由 $\log_2a<1$，得 $0<a<2$.

综上所述，实数 a 的取值范围是 $(-\infty,0)\cup(0,2)$.

二、填空题

13.4

14.2

提示:因为 $25^{\log_5(2x-1)}=(5^2)^{\log_5(2x-1)}=(5^{\log_5(2x-1)})^2=(2x-1)^2=9$. 所以 $2x-1=\pm3$，又因为 $2x-1>0$，所以 $2x-1=3$.所以 $x=2$.

15.3

提示:取值验证.当 α=1 时，$y=x^0$，不满足；当 α=2 时，$y=x^{-\frac13}$，在(0,+∞)上是减函数因为它为奇函数，所以在(-∞,0)上也是减函数，不满足；当 α=3 时，$y=x^{-\frac23}$ 满足题意.

16.(-1,0)

提示:在同一直角坐标系中作出 $y=\log_{\frac12}(-x)$ 和 $y=x+1$ 的图象即可得出答案.

三、解答题

17.解:(1)原式 $=\log_55+\log_57+\log_{\frac12}2+\log_550-\log_52-\log_57=1-1+\log_525+\log_52-\log_52=2$.

(2)原式

$=\left(\frac{\lg2}{\lg3}+\frac{\lg2}{\lg9}\right)\cdot\left(\frac{\lg3}{\lg4}+\frac{\lg3}{\lg8}\right)$

$=\left(\frac{\lg2}{\lg3}+\frac{\lg2}{2\lg3}\right)\cdot\left(\frac{\lg3}{2\lg2}+\frac{\lg3}{3\lg2}\right)$

$=\frac{3\lg2}{2\lg3}\cdot\frac{5\lg3}{6\lg2}=\frac54$.

18.解:(1)由 $2^x-1>0$，知 $2^x>1$，即 $2^x>2^0$，解得 x>0，所以函数 f(x)的定义域为(0,+∞).

(2)令 $u=2^x-1$，可知 $u=2^x-1$ 在(0,+∞)上为增函数，而 $y=\log_{\frac1e}u$ 在定义域上为减函数，故函数 f(x)在其定义域上为减函数.

19.解:现有细胞 100 个，先考虑经过 1,2,3,4 个小时后的细胞总数.

1 小时后，细胞总数为 $\frac12\times100+\frac12\times100\times2=\frac32\times100$；

2 小时后，细胞总数为 $\frac12\times\frac32\times100+\frac12\times\frac32\times100\times2=\frac94\times100$；

3 小时后，细胞总数为 $\frac12\times\frac94\times100+\frac12\times\frac94\times100\times2=\frac{27}{8}\times100$；

4 小时后，细胞总数为 $\frac12\times\frac{27}{8}\times100+\frac12\times\frac{27}{8}\times100\times2=\frac{81}{16}\times100$；

…

可见，细胞总数 y(个)与时间 x(小时)之间的函数关系为 $y=100\times\left(\frac32\right)^x$，$x\in N_+$.由 $100\times\left(\frac32\right)^x>10^{10}$，得 $\left(\frac32\right)^x>10^8$，两边取以 10 为底的对数，得 $x\lg\frac32>8$，所以 $x>\frac{8}{\lg3-\lg2}$.因为 $\frac{8}{\lg3-\lg2}=\frac{8}{0.477-0.301}\approx45.45$，所以 $x>45.45$.

故经过 46 小时，细胞总数超过 10^{10} 个.

20.解:原方程可化为 $2(\lg x)^2-4\lg x+1=0$，设 $t=\lg x$，

则原方程化为 $2t^2-4t+1=0$.

所以 $t_1+t_2=2$，$t_1t_2=\frac12$.

由已知 a,b 是原方程的两个实根，则 $t_1=\lg a$，$t_2=\lg b$，所以 $\lg a+\lg b=2$，$\lg a\cdot\lg b=\frac12$.

所以 $\lg(ab)\cdot(\log_ab+\log_ba)$

$=(\lg a+\lg b)\left(\frac{\lg b}{\lg a}+\frac{\lg a}{\lg b}\right)$

$=\left(\frac{(\lg a+\lg b)\cdot[(\lg b)^2+(\lg a)^2]}{\lg a\lg b}\right)$

$=(\lg a+\lg b)\cdot\left(\frac{(\lg a+\lg b)^2-2\lg a\lg b}{\lg a\lg b}\right)$

$=2\times\frac{2^2-2\times\frac12}{\frac12}=12$.

21.证明: $\log_{(c+b)}a+\log_{(c-b)}a$

$=\frac{1}{\log_a(c+b)}+\frac{1}{\log_a(c-b)}$

$=\frac{\log_a(c-b)+\log_a(c+b)}{\log_a(c+b)\cdot\log_a(c-b)}$

$=\frac{\log_a[(c-b)(c+b)]}{\frac{1}{\log_{(c+b)}a}\cdot\frac{1}{\log_{(c-b)}a}}$

$=\log_aa^2\cdot\log_{(c+b)}a\cdot\log_{(c-b)}a$

$=2\log_{(c+b)}a\cdot\log_{(c-b)}a$，

即等式成立.

22.解:(1)因为 $\begin{cases}\log_2f(a)=2,\\ f(\log_2a)=k,\end{cases}$

所以 $\begin{cases}a^2-a+k=2^2,\\ \log_2a=0或\log_2a=1,\end{cases}$

又 $a>0$，且 $a\ne1$，所以 $\begin{cases}k=2,\\ a=2.\end{cases}$

(2) $f(\log_2x)=f(\log_2x)=(\log_2x)^2-\log_2x+2=\left(\log_2x-\frac12\right)^2+\frac74$.

所以当 $\log_2x=\frac12$，即 $x=\sqrt2$ 时，$f(\log_2x)$ 有最小值 $\frac74$.

第7期

第2、3版章节测试题参考答案

一、选择题

1.A 2.B 3.B 4.D

5.B

提示:由 $2^x=3^y$ 得 $\lg2^x=\lg3^y$，所以 $x\lg2=y\lg3$，所以 $\frac xy=\frac{\lg3}{\lg2}$.

6.C

提示:原式 $=\frac{\lg4}{\lg2}\cdot\frac{\lg6}{\lg4}\cdot\frac{\lg8}{\lg6}=3$.

7.A

提示: $\log_34>\log_33=1=\left(\frac15\right)^0>0$，$\log_{\frac13}10<0$，故有 $\log_34>\left(\frac15\right)^0>\log_{\frac13}10$.

8.D

9.D

提示: $f^{-1}(x)=\log_{\frac12}x$，则 $f(x)=\left(\frac12\right)^x$，由 $f(x)=1$ 可得 $x=0$.

10.A

提示:因为 $f_4(x)=\log_2(2x)=1+\log_2x$，所以 $f_2(x)=\log_2(x+2)$ 沿着 x 轴先向右平移 2 个单位得到 $y=\log_2x$ 的图象，然后再沿着 y 轴向上平移 1 个单位可得到 $f_4(x)=\log_2(2x)=1+\log_2x$ 的图象，根据"同形"函数的定义，$f_2(x)$ 与 $f_4(x)$ 为"同形"函数.$f_3(x)=\log_2x^2=2\log_2|x|$ 与 $f_1(x)=2\log_2(x+1)$ 不"同形"，故选 A.

11.C

提示:因为 $f(3)=a^3>0$，所以 $g(3)<0$，得 $0<a<1$.所以f(x)，g(x)在各自定义域上都为减函数.

12.D

提示: $f(x)=x^2$，$f(x)=\ln x$，$f(x)=3^x$ 分别符合 $f\left(\frac xy\right)=\frac{f(x)}{f(y)}$，$f\left(\frac xy\right)=f(x)-f(y)$，$f(x+y)=f(x)f(y)$ 三式，只有 D 不符合其中三个等式.

二、填空题

13.-1

提示:将对数式化为指数式，得 $3^{2x+1}=1-2\cdot3^x$，

即 $3\cdot(3^x)^2+2\cdot3^x-1=0$，得 $3^x=\frac13$，故 $x=-1$.

14.(-2,-1]

提示:当 $x\in(-\infty,1]$ 时，$x-1\le0$，$0<3^{x-1}\le1$，$-2<f(x)\le-1$；当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$1-x<0$，$0<3^{1-x}<1$，$-2<f(x)<-1$，所以 f(x)的值域为(-2,-1].

15.1

提示:因为 f(-x)=f(x)，所以 $\frac{e^{-x}}{a}+\frac{a}{e^{-x}}=\frac{e^x}{a}+\frac{a}{e^x}$，$\frac{1}{ae^x}+ae^x=\frac{e^x}{a}+\frac{a}{e^x}$，$\frac1a=a$，而 a>0，则 a=1.

16.1

提示:因为 $f(1+x)=f(1-x)$，所以 $y=f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称，所以 $a=1$.

所以 $f(x)=2^{|x-1|}$ 在[1,+∞)上单调递增.所以[m,+∞)⊆[1,+∞).

所以 $m\ge1$，即 m 的最小值为 1.

三、解答题

17.解:(1) $10^{\lg3}-10\cdot\log_51+\pi^{\log_\pi2}$

=3-0+2

=5.

(2)因为 $\log_ax+3\log_xa-\log_xy=2$，

由换底公式，得

$\log_ax+\frac{3}{\log_ax}-\frac{\log_ay}{\log_ax}=2$.

所以 $\log_ay=(\log_ax)^2-2\log_ax+3$.

18.解:设幂函数为 $f(x)=x^\alpha$，把点 $\left(2,\frac14\right)$ 代入得 $2^\alpha=\frac14$，$\alpha=-2$，

所以函数 $f(x)=x^{-2}$.

由 $f(-x)=(-x)^{-2}=x^{-2}=f(x)$，得函数 f(x)为偶函数.

19.解:(1)由已知得 $\left(\frac12\right)^{-a}=2$，解得 $a=1$.

(2)由(1)知 $f(x)=\left(\frac12\right)^x$，又 $g(x)=f(x)$，

则 $4^{-x}-2=\left(\frac12\right)^x$，即 $\left(\frac14\right)^x-\left(\frac12\right)^x-2=0$，

即 $\left[\left(\frac12\right)^x\right]^2-\left(\frac12\right)^x-2=0$，

令 $\left(\frac12\right)^x=t$，则 $t^2-t-2=0$，即 $(t-2)(t+1)=0$，

又 $t>0$，故 $t=2$，即 $\left(\frac12\right)^x=2$，解得 $x=-1$.

20.解:(1)由已知，$3-ax>0$ 对一切 $x\in[0,2]$ 恒成立，又根据底数的意义，$a>0$，且 $a\ne1$，

所以函数 $f(x)=3-ax$ 在[0,2]上为减函数，从而获得不等式: $f(2)=3-2a>0$，

解得 $a<\frac32$.所以 $0<a<1$，或 $1<a<\frac32$.

所以 a 的取值范围是 $(0,1)\cup\left(1,\frac32\right)$.

(2)假设存在这样的实数 a，

由题设，知 $f(1)=1$，

而获得方程: $f(1)=\log_a(3-a)=1$.

所以 $a=\frac32$，此时 $f(x)=\log_{\frac32}\left(3-\frac32x\right)$.

当 $x=2$ 时，f(x)没有意义，故这样的实数 a 不存在.

21.解:(1)当 $a>0,b>0$ 时，因为 $a\cdot2^x$，$b\cdot3^x$ 都单调递增，所以函数 f(x)单调递增；

当 $a<0,b<0$ 时，因为 $a\cdot2^x$，$b\cdot3^x$ 都单调递减，

所以函数 f(x)单调递减.

(2) $f(x+1)-f(x)=a\cdot2^x+2b\cdot3^x>0$.

①当 $a<0,b>0$ 时，$\left(\frac32\right)^x>-\frac{a}{2b}$，

解得 $x>\log_{\frac32}\left(-\frac{a}{2b}\right)$；

②当 $a>0,b<0$ 时，$\left(\frac32\right)^x<-\frac{a}{2b}$，

解得 $x<\log_{\frac32}\left(-\frac{a}{2b}\right)$.

22.解:(1) $S=g(t)=$

$\frac{-\left[\log_{\frac12}t+\log_{\frac12}(t+2)\right]\times2}{2}+\frac{-\left[\log_{\frac12}(t+2)+\log_{\frac12}(t+4)\right]\times2}{2}-\frac{-\left[\log_{\frac12}t+\log_{\frac12}(t+4)\right]\times4}{2}$

$=\log_2\frac{(t+2)^2}{t(t+4)}=\log_2\left(1+\frac{4}{t^2+4t}\right)$.

(2)因为函数 $g(t)$ 在区间[1,+∞)上单调递减，