

一、选择题

- 1.D
2.C
3.D
4.D
5.D

提示:由 $AD_1 \perp A_1D, AD_1 \perp A_1B_1, A_1D \cap A_1B_1 = A_1$, 可得 $AD_1 \perp$ 平面 A_1DB_1 , 故选 D.

提示:取 BC 的中点 E , 连接 A_1E, AE , 可得 $A_1E \perp BC, AE \perp BC$, 则 $\angle A_1EA$ 为二面角 A_1-BC-A 的平面角. 设 $AA_1 = a$, 则 $AE = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, 所以 $\tan \angle A_1EA = \frac{AA_1}{AE} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

6.D
提示:平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $PAB \perp$ 平面 PBC , 平面 $PCD \perp$ 平面 PAD , 平面 $PAD \perp$ 平面 PAB , 共 5 对.

7.C
8.C
提示:连接 AO . 因为 $PA \perp PB, PA \perp PC$, 所以 $PA \perp$ 平面 PBC , 故 $PA \perp BC$. 因为 $PO \perp$ 平面 ABC , 所以 $PO \perp BC$. 又 $PA \cap PO = P$, 所以 $BC \perp$ 平面 PAO , 故 $AO \perp BC$. 同理, $BO \perp AC$. 故 O 是 $\triangle ABC$ 的垂心.

9.C
提示:易证 $BC \perp$ 平面 PAC , 所以 $AF \perp BC$ 又 $AF \perp PC$, 所以 $AF \perp$ 平面 PBC , 所以 $AF \perp PB$. 又 $AE \perp PB$, 所以 $PB \perp$ 平面 AEF , 所以 $PB \perp EF$. 故 $\angle AEF$ 是二面角 $C-PB-A$ 的平面角.

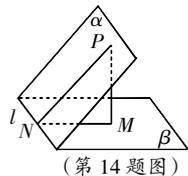
10.D
提示:连接 BC 因为 $BD \perp AB$, 且 $\beta \perp \alpha$, 交线为 AB , 所以 $BD \perp \alpha$, 则 $BD \perp BC$. 在 $Rt\triangle BAC$ 中, $BC=5$. 在 $Rt\triangle CBD$ 中, $CD = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$.

11.A
提示:分别连接线段 a 的中点与线段 b 的两端点, 由该四面体各棱长都相等, 可得 a 与这两条连线垂直, 从而得 a 与两条连线确定的平面垂直, 故 $a \perp c$. 同理, $b \perp c$.

12.A
提示: $B_1C \perp$ 平面 BD_1C_1 , 所以点 P 的轨迹为线段 B_1C .

二、填空题
13.无数
14. 30°

提示:如图所示, 过点 P 作 $PM \perp \beta$, 垂足为 M , 作 $PN \perp l$, 垂足为 N , 连接 MN , 则 $l \perp$ 平面 PNM , 所以 $l \perp MN$, 所以 $\angle PNM$ 就是二面角 $\alpha-l-\beta$ 的平面角. 在 $Rt\triangle PMN$ 中, $PN=2PM$, 所以 $\angle PNM = 30^\circ$, 即二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 30° .



(第14题图)

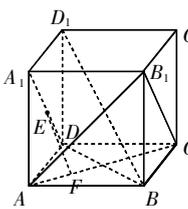
- 15.垂直
16. ②③④ \Rightarrow ① (或 ①③④ \Rightarrow ②)

三、解答题
17.证明: 连接 EF . 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以 F 是 AC 的中点. 又因为 E 是 SA 的中点, 所以 $EF \parallel SC$. 因为 $SC \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $EF \perp$ 平面 $ABCD$. 又因为 $EF \subset$ 平面 BDE , 所以平面 $BDE \perp$ 平面 $ABCD$.

18.证明: 连接 OA . 由题设知 $AB=AC=SA$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 所以 $OA=OB=OC = \frac{\sqrt{2}}{2}SA$, 且 $AO \perp BC$.

又在 $\triangle SBC$ 中, $SB=SC, OB=OC$, 所以 $SO \perp BC$, 且 $SO = \frac{\sqrt{2}}{2}SA$. 从而 $OA^2 + SO^2 = SA^2$, 所以 $SO \perp AO$. 又 $SO \perp BC$, 且 $AO \cap BC = O$, 所以 $SO \perp$ 平面 ABC .

19.证明: 如图所示, 连接 AB_1, B_1C, BD .



(第19题图)

因为 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD, AC \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $DD_1 \perp AC$. 又 $AC \perp BD, BD \cap DD_1 = D$, 所以 $AC \perp$ 平面 BDD_1 , 所以 $AC \perp BD_1$. 同理可证 $B_1C \perp BD_1$. 又 $AC \cap B_1C = C$, 所以 $BD_1 \perp$ 平面 AB_1C .

因为 $EF \perp A_1D, A_1D \parallel B_1C$, 所以 $EF \perp B_1C$. 又 $EF \perp AC, B_1C \cap AC = C$, 所以 $EF \perp$ 平面 AB_1C . 所以 $EF \parallel BD_1$.

20.证明: (1) 连接 AC . 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $A_1A \perp$ 底面 $ABCD$,

所以 $BD \perp A_1A$. 又 $BD \perp AC, A_1A \cap AC = A_1$, 所以 $BD \perp$ 平面 A_1CEA_1 . 因为 $A_1E \subset$ 平面 A_1CEA_1 , 所以 $A_1E \perp BD$.

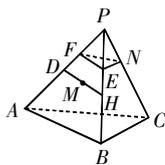
(2) 设 AC 与 BD 的交点为 O , 则 O 是 BD 的中点, 连接 A_1O, OE . 计算可得 $A_1D = A_1B, ED = EB$, 所以 $BD \perp A_1O, BD \perp OE$, 所以 $\angle A_1OE$ 为二面角 A_1-BD-E 的平面角.

设正方体的棱长为 $2a$, 由平面几何知识, 得 $EO = \sqrt{3}a, A_1O = \sqrt{6}a, A_1E = 3a$, 所以 $A_1E^2 = A_1O^2 + EO^2$, 所以 $\angle A_1OE = 90^\circ$. 所以平面 $A_1BD \perp$ 平面 EBD .

21.解: 在 PC 上任取一点 N , 过点 N 在平面 PBC 内作 PC 的垂线交 PB 于 E , 过点 N 在平面 PAC 内作 PC 的垂线交 PA 于 F , 连接 EF . 过点 M 在平面 PAB 内作 EF 的平行线分别交 PA, PB 于 D, H , 则 DH 即为所求. 证明如下:

由作法知 PC 垂直于平面 NEF 内的两条相交直线, 故 $PC \perp$ 平面 NEF , 所以 $PC \perp EF$.

又 $DH \parallel EF$, 所以 $DH \perp PC$.



(第21题图)

22.(1)证明: 在矩形 $ABCD$ 中, $CB \perp AB$, 而 $CB \subset$ 平面 $ABCD$, 平面 $ABCD \perp$ 平面 $ABEF$, 交线为 AB , 所以 $CB \perp$ 平面 $ABEF$. 因为 $AF \subset$ 平面 $ABEF$, 所以 $AF \perp CB$.

因为 AB 为 $\odot O$ 的直径, 所以 $AF \perp BF$. 又 $CB \cap BF = B$, 所以 $AF \perp$ 平面 CBF . 因为 $AF \subset$ 平面 DAF , 所以平面 $DAF \perp$ 平面 CBF .

(2)解: 过点 A 作 $AM \perp EF$, 交 EF 的延长线于点 M , 连接 DM . 由(1)得 $CB \perp$ 平面 $ABEF$, 而 $DA \parallel CB$, 所以 $DA \perp$ 平面 $ABEF$. 所以 $DA \perp EF$.

又 $AM \cap DA = A$, 所以 $EF \perp$ 平面 DAM . 所以 $DM \perp EF$.

所以 $\angle DMA$ 为二面角 $D-FE-B$ 的平面角, 即 $\angle DMA = 60^\circ$.

过点 F 作 $FH \perp AB$ 于 H , 由平面几何知识, 得 $AH = \frac{1}{2}(AB - EF) = \frac{1}{2}$, 则

$$FH = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 故 } MA = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{所以 } AD = MA \cdot \tan \angle DMA = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2}.$$

第1期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

- 1.C
2.B
3.C
4.B

提示:在题中所给图形中, 包含范围最小的是正方体, 其次是正四棱柱, 然后依次是长方体、直四棱柱、棱柱, 故选 B.

- 5.D

提示:俯视图是从几何体的上面向下面正投影, 故选 D.

- 6.C

提示:根据斜二测画法的规则, 原来的直角变为 45° 角, 排除 B; 与 y' 轴平行的线段长度减半, 排除 A; 与 x' 轴平行的线段长度不变, 排除 D. 故选 C.

- 7.B

- 8.D

- 9.B

- 10.D

- 11.A

提示:将侧面展开, 最短距离为长、宽分别为 $2\pi, 4$ 的矩形的对角线长.

- 12.C

提示:由主视图知小正方体共 3 列, 且左侧高一层, 中间最高两层, 右侧最高两层. 结合左视图可知搭成这个几何体至少需要小正方体的个数为 $3+2+1=6$.

二、填空题

- 13.三棱锥

- 14.16cm

提示:由斜二测画法的规则可知正方形 $O'A'B'C'$ 对应的原图形是 $\square OABC$, 且 $OA=2, OB \perp OA, OB=4\sqrt{2}$. 所以 $AB=OC = \sqrt{2^2 + (4\sqrt{2})^2} = 6$. 所以周长等于 $2 \times 6 + 2 \times 2 = 16(\text{cm})$.

- 15.正方体、长方体、球

16. ①③④⑤

提示:因为有六个面, 所以 ① 正确; 因为侧棱的延长线不能交于一点, 所以 ② 不正确; 把几何体放倒就会发现 ③ 正确; 由切割法可知 ④ 正确; 由补

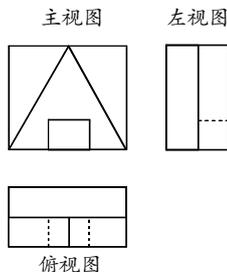
形法可知 ⑤ 正确.

三、解答题

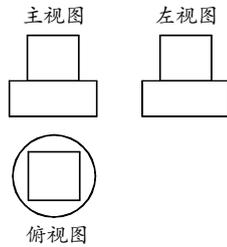
17.解: (1) 由一个圆柱和两个圆台构成.

(2) 由挖去与上底面同底的圆锥的圆台、一个圆柱和一个圆锥构成.

18.解: 三视图如图所示.



(1)



(2)

(第18题图)

19.解: 建立平面直角坐标系 xOy , 在 x 轴上截取 $OD=O'D'=1, OC=O'C'=2$, 在过点 D 且与 y 轴平行的直线上截取 $DA=2D'A'=2$, 在过点 A 且与 x 轴平行的直线上截取 $AB=A'B'=2$, 连接 BC , 即得到了原图形(图略). 易知原四边形 $ABCD$ 是直角梯形, 上底 $AB=2$, 下底 $CD=3$, 高 $AD=2$, 所以其面积 $S = \frac{(2+3) \times 2}{2} = 5$.

20.解: 由三视图可知该几何体的下方是一个四棱柱, 上方是一个四棱锥, 并且底面重合.

(1) 画轴. 如图 1 所示, 画出 x 轴、 y 轴、 z 轴, 三轴交于点 O , 使 $\angle xOy = 45^\circ, \angle xOz = 90^\circ$.

(2) 画棱柱的底面. 以 O 为中点, 在 x 轴上画 $MN=2$, 在 y 轴上画 $EQ=1$, 分别过点 M, N 作 y 轴的平行线, 过点 E, Q 作 x 轴的平行线, 设它们的交点分别为 A, B, C, D , 则四边形 $ABCD$ 就是该棱柱的下底面.

(3) 画棱柱的侧棱. 分别以 A, B, C, D 四个顶点为起点作平行于 z 轴, 长度为 1 的线段, 得四条侧棱 AA', BB', CC', DD' , 顺次连接 A', B', C', D' .

(4) 画四棱锥的顶点. 在 z 轴上截取线段 OP , 使 $OP=2$.

(5) 成图. 连接 PA', PB', PC', PD' , 擦去辅助线, 将被遮挡部分改为虚线, 可得图 2 所示的直观图.

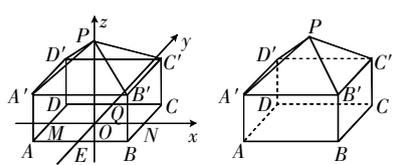
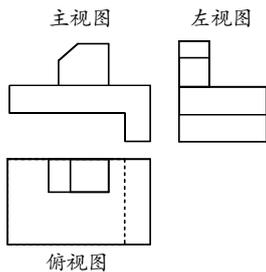


图1 图2

(第20题图)

21.解: 由于主视图正确, 观察可知左视图少画两条轮廓线, 俯视图少画三条看得见的轮廓线, 一条分界线和一条看不见的轮廓线, 补上后如图所示.



(第21题图)

22.解: (1) 如图所示, 设内接圆柱的底面圆半径为 r .

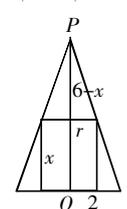
$$\text{由已知, 得 } \frac{6-x}{6} = \frac{r}{2},$$

$$\text{所以 } r = \frac{6-x}{3}.$$

$$\text{故 } S = \frac{2(6-x)}{3} \cdot x = -\frac{2}{3}x^2 + 4x,$$

$$\text{即 } S = -\frac{2}{3}x^2 + 4x, \text{ 其中 } 0 < x < 6.$$

$$(2) \text{ 当 } x = -\frac{4}{2 \times (-\frac{2}{3})} = 3 \text{ 时, } S \text{ 最大.}$$



(第22题图)

一、选择题

- 1.B
- 2.B
- 3.C

提示:共线的点不能确定一个平面,故A,B错误;根据公理2,可知三角形的三个顶点可以确定一个平面,故C正确;空间四边形不能确定一个平面,故D错误.故选C.

- 4.A

提示:设直线EF与GH的交点为P,则P∈EF⊄平面ADB,且P∈GH⊄平面CDB.因为平面ADB∩平面CDB=DB,所以P∈DB,即交点在直线DB上.

- 5.B

提示:在空间四边形ABCD中,分别取AB,BC,CD,AD的中点E,F,G,H,则EF∥1/2AC∥HG,所以四边形EFGH是平行四边形.又AC⊥BD,EH∥BD,所以EF⊥EH.所以四边形EFGH是矩形.

- 6.A

提示:如果一条直线上有一个点在平面外,那么该直线与平面平行或相交,从而可知A正确.

- 7.D

提示:由m⊄α,A∈m,A∈α,可知m与α相交.又n⊄α,所以m与n一定不平行.故选D.

- 8.C

- 9.C

提示:两两平行且不共面的三条直线中,每两条直线可以确定一个平面,则三条直线可以确定三个平面,即m=3.这三个平面把空间分成七个部分(把平面看作直线,空间的分割情况如图所示),即n=7.



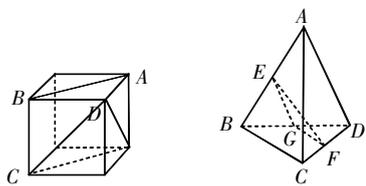
(第9题图)

- 10.B

提示:根据空间中两条直线的位置关系可知①正确;根据异面直线的定义可知⑤正确.②③④中的a,b均可平行,故选B.

- 11.B

提示:将展开图还原为正方体,如图所示.易知AB与CD所成的角为60°,故AB与CD异面但不垂直.



(第11题图)

(第12题图)

12.B

提示:如图,取BD的中点G,连接EG,FG,则∠EFG(或其补角)为异面直线EF与BC所成的角.

因为EG=1/2AD,GF=1/2BC,AD=BC,所以EG=GF.

因为AD⊥BC,EG∥AD,GF∥BC,所以EG⊥GF.所以△EGF为等腰直角三角形.所以∠EFG=45°.

二、填空题

13.(1)C (2)D (3)A (4)B

14.75°或105°

15.4

提示:当四点共面时能确定1个平面;若这四点不共面,则任意三点可确定1个平面,故可确定4个平面.

16.(1)30°;(2)60°

提示:(1)因为A₁F₁∥B₁E₁,B₁E₁∥BE,所以A₁F₁∥BE.

所以∠EBD(或其补角)是异面直线A₁F₁与BD所成的角.由正六边形的性质可知∠EBD=30°.

(2)因为B₁E₁∥BE,所以直线C₁F₁与B₁E₁相交所成的锐角(或直角)是异面直线C₁F₁与BE所成的角.由正六边形的性质可知该角为60°.

三、解答题

17.解:(1)错误.因为点A∉平面CC₁B₁B,所以直线AC₁⊄平面CC₁B₁B.

(2)正确.因为O∈直线AC⊄平面AA₁C₁C,O∈直线BD⊄平面BB₁D₁D,且O₁∈直线A₁C₁⊄平面AA₁C₁C,O₁∈直线B₁D₁⊄平面BB₁D₁D,所以平面AA₁C₁C与平面BB₁D₁D的交线为OO₁.

(3)(4)都正确.因为AD∥B₁C₁,所以A,B₁,C₁,D共面.

18.证明:由公理2,可知点A,B,D确定一个平面,设其为α,则E∈AB⊄α,F∈AD⊄α.所以EF⊄α,即m⊄α.又G∈m,所以G∈α.所以BG⊄α.因为C∈BG,所以C∈α.所以四边形ABCD是平面四边形.

19.证明:因为E,H是△ABD的中位线,

所以EH∥BD,且EH=1/2BD.

因为CF/CB=CG/CD=2/3,

所以FG∥BD,且FG=2/3BD.

所以EH∥FG,且EH≠FG,故四边形EFGH为梯形,且直线EF与GH必相交.

设交点为P,因为EF⊄平面ABC,GH⊄平面ACD,所以P∈平面ABC,且P∈平面ACD.

又平面ABC∩平面ACD=AC,所以P∈AC.

所以直线EF,GH,AC交于一点.

20.证明:连接BC₁,AD₁,如图.

因为E,F,G,H分别是AA₁,BC,CC₁,D₁A₁的中点,

所以EH∥1/2AD₁,FG∥1/2BC₁.

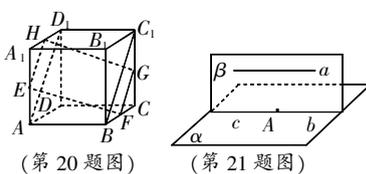
因为AB∥D₁C₁,

所以四边形ABC₁D₁是平行四边形.

所以AD₁∥BC₁.

所以EH∥FG.

所以四边形EFGH是平行四边形.



(第20题图)

(第21题图)

21.解:已知a∥α,A∈α,A∈b,b∥a.求证:b⊄α.

证明:如图,因为a∥α,A∈α,所以A∉α.

所以由A和a可确定一个平面β,则A∈β.

所以α与β相交于过点A的直线.

设α∩β=c,则A∈c.

由a∥α,知a与α无公共点,

而c⊄α,所以a与c无公共点.

因为a⊄β,c⊄β,所以a∥c.

又a∥b,则b与c平行或重合.

因为A∈b,A∈c,

所以b与c重合.

所以b⊄α.

22.解:(1)F是A₁D₁的中点.

理由如下:分别取A₁D₁,AD的中点F,G,连接BG,FG,FB₁,DF(如图1).

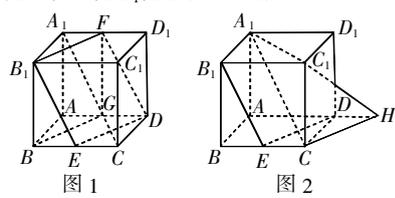


图1

图2

(第22题图)

在正方体ABCD-A₁B₁C₁D₁中,易证四边形BEDG和四边形BB₁FG都是平行四边形,

所以DE∥BG,BG∥B₁F,所以DE∥B₁F,所以B₁,E,D,F四点共面.

所以A₁D₁∩平面B₁ED=F.

(2)如图2,过点C作CH∥DE,交AD的延长线于点H,连接A₁H,

则∠A₁CH(或其补角)是异面直线A₁C与DE所成的角.

因为A₁C=√(2²+2²+2²)=2√3,CH=√(2²+1²)=√5,A₁H=√(2²+(2+1)²)=√13,所以A₁C²+CH²≠A₁H²,所以∠A₁CH不是直角.

第3期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

- 1.C

提示:若直线a∥直线b,且b⊄平面α,则a∥α或a⊄α,故选C.

- 2.D

提示:过平面外一点作该平面的平行平面,有且只有1个.在这个平行平面上过这个点的直线有无数条,这些直线都与原平面平行,故选D.

- 3.C

提示:由面面平行的性质可知截面四边形是矩形.

- 4.B

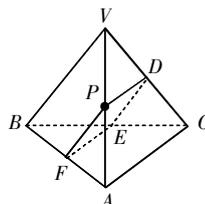
提示:由已知条件,可知DE∥BC,则DE∥平面ABC.又DE⊄平面DEFG,平面DEFG∩平面ABC=GF,所以DE∥GF.所以GF∥BC.所以GF≠BC,即GF≠DE,所以直线DG与EF必相交.

- 5.D

提示:由平面ADD₁A₁与平面D₁EF有公共点D₁,依据公理3知,必有过该点的公共直线l.在平面ADD₁A₁内与l平行的线有无数条,且它们都不在平面D₁EF内,由线面平行的判定定理知它们都与平面D₁EF平行.

- 6.C

提示:如图,过点P作AC的平行线PD交VC于点D,作VB的平行线交AB于点F,过点D作VB的平行线交BC于E.连接EF,由PF∥DE,故P,D,E,F共面,且平面PDEF与VB和AC都平行,易知四边形PDEF是平行四边形,故选C.



(第6题图)

- 7.A

提示:平面EFH即平面EFDC.易证B₁G∥EC,所以B₁G∥平面EFDC.故选A.

- 8.C

提示:由平面平行的性质定理,易证AB/AC=DE/DF.所以AC=DF/DE×AB=5/2×6=15.

- 9.A

提示:依据面面平行的判定定理.

- 10.D

提示:作平面γ∥α,γ∥β,且平面γ到平面α的距离等于平面γ到平面β的距离,则不论A,B分别在平面α,β内如何移动,所有的动点C都在平面γ内,故选D.

11.C

12.C

提示:②中a与b可能平行、相交或是异面直线;③中α与β可能平行、相交;⑤⑥中a可能与α平行,也可能在α内.

二、填空题

13.b∥α或b⊄α

14.平行四边形

15.平行

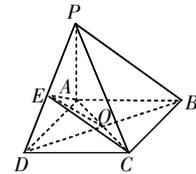
提示:因为过A₁,C₁,B的平面与底面A₁B₁C₁D₁的交线为A₁C₁,又正方体的两底面互相平行,则由两个平面平行的性质定理知l∥A₁C₁.

16.①③④

提示:②中无穷多条直线可能都互相平行,此时,平面α不一定与平面β平行.

三、解答题

17.证明:连接BD与AC相交于O,连接EO,如图.



(第17题图)

在□ABCD中,O是BD的中点,又E是PD的中点,所以EO∥PB.

因为PB⊄平面AEC,EO⊄平面AEC,所以PB∥平面AEC.

18.证明:由已知得平面ABE∥平面DCC₁F,又平面AEC₁F∩平面ABE=AE,平面AEC₁F∩平面DCC₁F=C₁F,所以AE∥C₁F.同理可得AF∥C₁E,所以四边形AEC₁F是平行四边形.

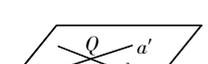
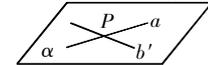
19.解:因为A∉α,所以A,a确定一个平面,设为β.因为B∈α,所以B∈β.又A∈β,所以AB⊄β.

同理AC⊄β,AD⊄β.因为点A与直线a在α的异侧,所以β与α相交,即平面ABD与α相交,交线为EG.因为BD∥α,BD⊄平面ABD,平面ABD∩α=EG,所以BD∥EG.

所以EG/BD=AG/AD=AF/AC,

所以EG=AF/AC×BD=5/9×4=20/9.

20.证明:如图所示,在直线a上任取一点P,过点P作直线b'∥b,则a与b'可确定一个平面,记为α.因为b'⊄α,b⊄α,所以b∥α.



(第20题图)

在直线b上任取一点Q,过点Q

作直线a'∥a,则a'与b可确定一个平面,记为β.

因为a⊄α,a'⊄α,所以a'∥α.又a'∩b=Q,所以α∥β.

21.(1)证明:因为四边形EFGH为平行四边形,所以EF∥HG.

又因为HG⊄平面ABD,所以EF∥平面ABD.

又因为EF⊄平面ABC,平面ABD∩平面ABC=AB,

所以EF∥AB.又EF⊄平面EFGH,AB⊄平面EFGH,

所以AB∥平面EFGH.

(2)解:设EF=x(0<x<4).

由EF∥AB,得EF/AB=CE/CA,

即CE/CA=x/4.

由EH∥FG∥CD,得EH/AE=CE/CA,

即EH/AE=x/4.

因为CE/CA+AE/AC=1,

所以x/4+EH/6=1,

则EH=6-3/2x.

所以四边形EFGH的周长l=2(x+6-3/2x)=12-x.

又0<x<4,则有8<l<12.

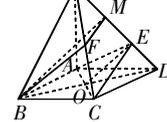
所以四边形EFGH周长的取值范围是(8,12).

22.解:当F是棱SC的中点时,存在过BF的平面BFM平行于平面AEC.

证明如下:

如图,取SE的中点M,连接FM,BF,则FM∥CE,

所以FM∥平面ACE.连接BM,BD.



(第22题图)

设BD∩AC=O,则O为BD的中点,连接OE.

由EM=1/2SE=ED知,E是MD的中点,

所以BM∥OE,又BM⊄平面ACE,

所以BM∥平面ACE.又FM∩BM=M,

所以平面BFM∥平面AEC.

所以在棱SC上存在一点F(F是棱SC的中点),且存在过BF的平面BFM(M是SE的中点)平行于平面AEC.