第8期

第2~3版章节测试题参考答案

一、选择题

1.D　2.C　3.C　4.D

5.C

提示： 由两直线垂直，可得$(a+2)\cdot(a-1)+(1-a)(2a+3)=0$，解得$a=\pm1$.

6.C

提示： 联立l_1和l_2的方程，解得交点为$\left(-\frac{19}{7},\frac{3}{7}\right)$.故所求直线的斜率$k=-\frac{3}{19}$，所求直线方程为$3x+19y=0$.

7.C

提示： 由$B(7,5)$，$C(-4,7)$，得BC边的中点为$D\left(\frac{3}{2},6\right)$.又$A(4,1)$，故$|AD|=\sqrt{\left(4-\frac{3}{2}\right)^2+(1-6)^2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

8.B

提示： 显然$l_1/\!/l_2$，所以l_1与l_2间的距离$d=\frac{\left|t^2-\frac{2t-3}{2}\right|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}}{\sqrt{5}}\geqslant\frac{\sqrt{5}}{4}$，当且仅当$t=\frac{1}{2}$时取等号.故选B.

9.C

提示： 直线$y=ax$过原点，直线$y=x+a$的斜率为1，排除B，D；当直线$y=ax$过第一、三象限时，直线$y=x+a$在y轴上的截距$a>0$，排除A；当直线$y=ax$过第二、四象限时，直线$y=x+a$在y轴上的截距$a<0$，故C正确.

10.B

提示： 由$a+2b=1$，得$a=1-2b$.故直线方程为$(1-2b)x+3y+b=0$，即$(1-2x)b+x+3y=0$.由$\begin{cases}1-2x=0,\\x+3y=0,\end{cases}$解得$x=\frac{1}{2}$，$y=-\frac{1}{6}$.所以直线$ax+3y+b=0$过定点$\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{6}\right)$.

11.A

提示： 新直线的方程变为$y=-\frac{1}{3}\cdot(x-1)$，即$y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$.

12.C

提示： 由已知条件，知点M在直线$2x+y-8=0$上.当$x=2$时，$y=4$；当$x=5$时，$y=-2$.设$A(2,4)$，$B(5,-2)$，则$\frac{y+1}{x+1}$表示线段AB上的点与点$N(-1,-1)$连线的斜率.因为$k_{NA}=\frac{5}{3}$，$k_{NB}=-\frac{1}{6}$，所以$\frac{y+1}{x+1}$的取值范围是$\left[-\frac{1}{6},\frac{5}{3}\right]$.

二、填空题

13.6

14.-2

提示： 因为$l_1:y=2x+3$，所以$l_2:-x=-2y+3$，即$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$，所以$k_2=\frac{1}{2}$.又因为$l_3\perp l_2$，所以$k_3=-2$.

15.$3\sqrt{2}$

16.$\left\{-1,-\frac{1}{6},\frac{2}{3},4\right\}$

提示： 若三条直线中至少有两条平行或三条直线交于一点，则不能构成三角形.①当已知的三条直线有两条平行时，有$-m=-4$，或$\frac{2}{3m}=-4$，或$\frac{2}{3m}=-m$，解得$m=4$，或$m=-\frac{1}{6}$.②当已知的三条直线交于一点时，联立$\begin{cases}4x+y=4,\\mx+y=0,\end{cases}$得交点为$\left(\frac{4}{4-m},\frac{-4m}{4-m}\right)$，代入直线$2x-3my-4=0$，解得$m=\frac{2}{3}$，或$m=-1$.综上，实数$m$的取值集合是$\left\{-1,-\frac{1}{6},\frac{2}{3},4\right\}$.

三、解答题

17.**证明：** 由已知条件，得直线AB的斜率$k_{AB}=\frac{11-3}{5-1}=2$，直线$AC$的斜率$k_{AC}=\frac{-5-3}{-3-1}=2$，所以$k_{AB}=k_{AC}$.

所以直线AB与AC平行或重合.又两直线有公共点A，所以重合，即A，B，C三点在同一条直线上.

18.**解：**（1）由$A(1,1)$，$B(5,1)$，可得直线AB与x轴平行，故AB边所在直线的方程为$y=1$.

（2）由$\angle A=60°$，得直线AC的倾斜角为$60°$，故斜率$k_1=\tan60°=\sqrt{3}$.又$A(1,1)$，由点斜式，得AC边所在直线的方程为$y-1=\sqrt{3}(x-1)$，即$\sqrt{3}x-y+1-\sqrt{3}=0$.同理可得BC边所在直线的方程为$x+y-6=0$.

19.**解：**（1）连接AC与BD交于点M，则M为AC和BD的中点.因为$A(-1,2)$，$C(4,1)$，所以$M\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$.

又$B(0,-1)$，设$D(x,y)$，则$0+x=2\times\frac{3}{2}$且$-1+y=2\times\frac{3}{2}$，解得$x=3$，$y=4$.

所以$D(3,4)$.

（2）由两点式，得直线BC的方程为$x-2y-2=0$，则点$A(-1,2)$到直线BC的距离$d=\frac{|-1-2\times2-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{7\sqrt{5}}{5}$.

又$|BC|=\sqrt{(4-0)^2+(1+1)^2}=2\sqrt{5}$，所以平行四边形$ABCD$的面积$S=|BC|\cdot d=2\sqrt{5}\times\frac{7\sqrt{5}}{5}=14$.

20.**解：**（1）当直线不过原点时，设所求方程为$\frac{x}{2a}+\frac{y}{a}=1$，将点$P(-3,2)$代入，解得$a=\frac{1}{2}$，此时，直线方程为$x+2y-1=0$.当直线过原点时，斜率$k=-\frac{2}{3}$，直线方程为$y=-\frac{2}{3}x$，即$2x+3y=0$.

综上可知，所求直线方程为$x+2y-1=0$或$2x+3y=0$.

（2）由$\begin{cases}2x+7y-4=0,\\7x-21y-1=0,\end{cases}$解得交点为$\left(1,\frac{2}{7}\right)$.

当所求直线的斜率存在时，设其方程为$y-\frac{2}{7}=k(x-1)$，即$7kx-7y+(2-7k)=0$，

由$A(-3,1)$，$B(5,7)$，得

$$\frac{|-21k-7+(2-7k)|}{\sqrt{49k^2+49}}=\frac{|35k-49+(2-7k)|}{\sqrt{49k^2+49}},$$

解得$k=\frac{3}{4}$，故直线方程为$21x-28y-13=0$.

当所求直线的斜率不存在时，直线方程为$x=1$，显然也满足条件.

综上可知，所求直线的方程为$21x-28y-13=0$或$x=1$.

21.**解：**（1）设点$P(-2,-1)$关于直线l的对称点为$P'(x_0,y_0)$，则线段PP'的中点M在对称轴l上，且$PP'\perp l$.

所以$\begin{cases}\frac{y_0+1}{x_0+2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-1,\\\frac{x_0-2}{2}+2\cdot\frac{y_0-1}{2}-2=0,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x_0=\frac{2}{5},\\y_0=\frac{19}{5}.\end{cases}$

故对称点为$P'\left(\frac{2}{5},\frac{19}{5}\right)$.

（2）设直线l关于点$Q(1,1)$的对称直线为l'，则直线l上任一点$P(x_1,y_1)$关于点Q的对称点$P'(x,y)$一定在直线l'上，反之也成立.

由$\begin{cases}\frac{x+x_1}{2}=1,\\\frac{y+y_1}{2}=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}x_1=2-x,\\y_1=2-y.\end{cases}$

将点$P(x_1,y_1)$代入直线l的方程并化简，得直线l'的方程为$x+2y-4=0$.

22.**解：** 易得直线AC的方程为$y=-x$.作点M关于直线AB的对称点M_1，则$M_1(-4,-1)$；作点N关于直线AC的对称点N_1，则$N_1(-2,3)$.连接M_1N_1分别交AB，AC于两点，此两点即为水文碑的建址地P，Q.由两点式得M_1N_1所在直线的方程为$y=2x+7$.

令$y=0$，得$x=-\frac{7}{2}$，

则点P的坐标为$\left(-\frac{7}{2},0\right)$.

由$\begin{cases}y=-x,\\y=2x+7,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-\frac{7}{3},\\y=\frac{7}{3},\end{cases}$

则点Q的坐标为$\left(-\frac{7}{3},\frac{7}{3}\right)$.

于是，P，Q两碑分别建在$\left(-\frac{7}{2},0\right)$，$\left(-\frac{7}{3},\frac{7}{3}\right)$处时，工作人员每天所走的路程$MPQN$最短.

第5期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.D

2.C

3.D

提示： 由$AD_1\perp A_1D$，$AD_1\perp A_1B_1$，$A_1D\cap A_1B_1=A_1$，可得$AD_1\perp$平面A_1DB_1.故选D.

4.A

5.D

提示： 取BC的中点E，连接A_1E，AE，可得$A_1E\perp BC$，$AE\perp BC$，则$\angle A_1EA$为二面角A_1-BC-A的平面角.设$AA_1=a$，则$AE=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，所以$\tan\angle A_1EA=\frac{AA_1}{AE}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

6.D

提示： 平面$PAD\perp$平面$ABCD$，平面$PAB\perp$平面$ABCD$，平面$PAB\perp$平面PBC，平面$PCD\perp$平面PAD，平面$PAD\perp$平面PAB，共5对.

7.C

8.A

提示： 设点P在底面ABC上的射影点为O.由题意，得$\angle PAO=\angle PBO=\angle PCO$，又$PO=PO=PO$，$\angle POA=\angle POB=\angle POC=90°$，所以$\triangle PAO\cong\triangle PBO\cong\triangle PCO$.所以$AO=BO=CO$.所以$O$是$\triangle ABC$的外心.

9.C

提示： 易证$BC\perp$平面PAC，所以$AF\perp BC$.又$AF\perp PC$，所以$AF\perp$平面PBC，所以$AF\perp PB$.又$AE\perp PB$，所以$PB\perp$平面AEF，所以$PB\perp EF$.故$\angle AEF$是二面角$C-PB-A$的平面角.

10.D

提示： 连接BC.因为$BD\perp AB$，且$\beta\perp\alpha$，交线为AB，所以$BD\perp\alpha$，则$BD\perp BC$.在$\mathrm{Rt}\triangle BAC$中，$BC=5$.在$\mathrm{Rt}\triangle CBD$中，$CD=\sqrt{5^2+12^2}=13$.

11.A

提示： 分别连接线段a的中点与线段b的两端点，由该四面体各棱长都相等，可证得a与这两条连线垂直，从而证得a与两条连线确定的平面垂直，故$a\perp c$.同理，$b\perp c$.

12.A

提示： $B_1C\perp$平面BD_1C_1，所以点P的轨迹为线段B_1C.

二、填空题

13.无数

14.$60°$

15.垂直

16.②③④⇒①（或①③④⇒②）

三、解答题

17.**证明：** 连接EF.

因为四边形$ABCD$是平行四边形，所以F是AC的中点.又因为E是SA的中点，所以$EF/\!/SC$.因为$SC\perp$平面$ABCD$，所以$EF\perp$平面$ABCD$.又因为$EF\subset$平面BDE，所以平面$BDE\perp$平面$ABCD$.

18.**证明：** 连接OA.

由题设知$AB=AC=SA$，则$\triangle ABC$为等腰直角三角形，所以$OA=OB=OC=\frac{\sqrt{2}}{2}SA$，且$AO\perp BC$.

又在$\triangle SBC$中，$SB=SC$，$OB=OC$，

所以$SO\perp BC$，且$SO=\frac{\sqrt{2}}{2}SA$，

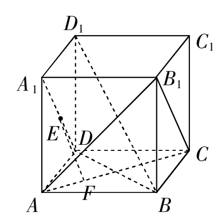
从而$OA^2+SO^2=SA^2$，

所以$SO\perp AO$.

又$SO\perp BC$，且$AO\cap BC=O$，

所以$SO\perp$平面ABC.

19.**证明：** 如图所示，连接AB_1，B_1C，BD.



（第19题图）

因为$DD_1\perp$平面$ABCD$，$AC\subset$平面$ABCD$，所以$DD_1\perp AC$.又$AC\perp BD$，$BD\cap DD_1=D$，所以$AC\perp$平面BDD_1，所以$AC\perp BD_1$.同理可证$B_1C\perp BD_1$.又$AC\cap B_1C=C$，所以$BD_1\perp$平面AB_1C.

因为$EF\perp A_1D$，$A_1D/\!/B_1C$，

所以$EF\perp B_1C$.

又$EF\perp AC$，$B_1C\cap AC=C$，

所以$EF\perp$平面AB_1C.

所以$EF/\!/BD_1$.

20.**证明：**（1）连接AC.在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$A_1A\perp$底面$ABCD$，所以$BD\perp A_1A$.又$BD\perp AC$，$A_1A\cap AC=A_1$，所以$BD\perp$平面$ACEA_1$.因为$A_1E\subset$平面$ACEA_1$，所以$A_1E\perp BD$.

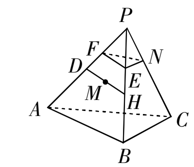
（2）设AC与BD的交点为O，则O是BD的中点，连接A_1O，OE.计算可得$A_1D=A_1B$，$ED=EB$，所以$BD\perp A_1O$，$BD\perp OE$，所以$\angle A_1OE$为二面角A_1-BD-E的平面角.

设正方体的棱长为$2a$，由平面几何知识，得$EO=\sqrt{3}a$，$A_1O=\sqrt{6}a$，$A_1E=3a$，所以$A_1E^2=A_1O^2+EO^2$，所以$\angle A_1OE=90°$.所以平面$A_1BD\perp$平面EBD.

21.**解：** 在PC上任取一点N，过点N在平面PBC内作PC的垂线交PB于E，过点N在平面PAC内作PC的垂线交PA于F，连接EF，过点M在平面PAB内作EF的平行线分别交PA，PB于D，H，则DH即为所求.证明如下：

由作法知PC垂直于平面NEF内的两条相交直线，故$PC\perp$平面NEF，所以$PC\perp EF$.

又$DH/\!/EF$，所以$DH\perp PC$.



（第21题图）

22.（1）**证明：** 在矩形$ABCD$中，$CB\perp AB$，而$CB\subset$平面$ABCD$，平面$ABCD\perp$平面$ABEF$，交线为AB，所以$CB\perp$平面$ABEF$.因为$AF\subset$平面$ABEF$，所以$AF\perp CB$.

因为AB为$\odot O$的直径，所以$AF\perp BF$.又$CB\cap BF=B$，所以$AF\perp$平面CBF.

因为$AF\subset$平面DAF，所以平面$DAF\perp$平面CBF.

（2）**解：** 由（1）可得$AF\perp$平面CBF，所以$\angle ABF$为直线AB与平面CBF所成的角.在$\odot O$中，因为$AB/\!/EF$，所以四边形$ABEF$为等腰梯形.过点F作$FH\perp AB$于H，则$AH=\frac{1}{2}(AB-EF)=\frac{1}{2}$.易证$\triangle AFH\backsim\triangle ABF$，所以$AF^2=AH\cdot AB$，得$AF=1$，$\sin\angle ABF=\frac{AF}{AB}=\frac{1}{2}$，所以$\angle ABF=30°$，即直线$AB$与平面$CBF$所成角的大小为$30°$.

（3）**解：** 过点A作$AM\perp EF$，交EF的延长线于点M，连接DM.由（1）得$CB\perp$平面$ABEF$，而$DA/\!/CB$，所以$DA\perp$平面$ABEF$.所以$DA\perp EF$.

又$AM\cap DA=A$，

所以$EF\perp$平面DAM.

所以$DM\perp EF$.

所以$\angle DMA$为二面角$D-FE-B$的平面角，即$\angle DMA=60°$.

由（2）知$AH=\frac{1}{2}$，$AF=1$，则$FH=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故$MA=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

所以$AD=MA\cdot\tan\angle DMA=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\frac{3}{2}$.

第 6 期

第 2~3 版章节测试题参考答案

一、选择题

1.C　2.B　3.D

4.B

提示:显然 BC_1 与 AC 是异面直线.因为 $BC_1 /\!/ AD_1$,所以 $\angle D_1AC$ 就是 AC 与 BC_1 所成的角.易得 $\triangle AD_1C$ 是等边三角形,所以 $\angle D_1AC=60°$.故选 B.

5.D

提示:由已知条件,得 $l /\!/ a$ 或 l 与 a 异面,即 l 与 a 没有公共点.故选 D.

6.B

提示:两个平行平面可以把空间分成 3 部分;两个相交平面可以把空间分成 4 部分.故选 B.

7.C

提示:取 AB 的中点 H,连接 HE,EF,FG,GH,则平面 $EFGH$ 即为 α.从而可得 $BC /\!/ \alpha$,$AD /\!/ \alpha$.故选 C.

8.C

9.D

提示:在 $\triangle ABC$ 中,由平面几何知识可得 $BC=\sqrt{39}$.根据线面平行的性质定理,可得 $MN /\!/ BC$,又 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,所以 $MN=\frac{2}{3}BC=\frac{2\sqrt{39}}{3}$.

10.D

提示:连接 A_1C_1,AC,则 $AC\cap BD=O$,可证点 C_1,M,O 都在平面 C_1BD 与平面 ACC_1A_1 的交线上,所以 C_1,M,O 三点共线,所以选项 A,B,C 均正确.故选 D.

11.B

提示:过点 P 作 $PB\perp l$ 于 B,作 $PC\perp\beta$ 于 C,并连接 BC,AC,则 $\angle PAB=45°$,$\angle PAC=30°$. 设 $AB=1$, 则 $PB=1$,$PA=\sqrt{2}$,$PC=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$BC=\frac{\sqrt{2}}{2}$.所以 $\angle PBC=45°$,即二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 $45°$.

12.B

提示:在等边 $\triangle ABC$ 中,有 $DE\perp AF$,则在旋转过程中,有 $DE\perp A'G$ 且 $DE\perp FG$.又 $A'G\cap FG=G$,所以 $DE\perp$ 平面 $A'GF$,所以 $DE\perp A'F$,且平面 $A'GF\perp$ 平面 $BCED$,交线为 AF,所以点 A' 在平面 ABC 上的射影在线段 AF 上,故①③④正确.因为 $EF /\!/ AB$,所以 $\angle A'EF$ 就是 $A'E$ 与 BD 所成的角,当 $\angle A'EF=90°$ 时,$A'E\perp BD$,故②不正确.

二、填空题

13.50°或 130°

14.45°

15.0 或 1 或无数

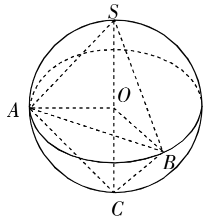
提示:当直线 AB 与 l 相交时,有 0 个;当直线 AB 与 l 异面时,有 1 个;当直线 AB 与 l 平行时,有无数个.

16.36π

提示:显然 O 是 SC 的中点,连接 OA,OB,如图所示,则由已知条件,得 $OA\perp SC$,$OB\perp SC$.因为平面 $SCA\perp$ 平面 SCB,交线为 SC,所以 $OA\perp$ 平面 SCB,$OB\perp$ 平面 SCB.

设球 O 的半径为 r,则 $V_{A\text{-}SCB}=\frac{1}{3}S_{\triangle SCB}\cdot OA=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2r\times r\times r=9$,解得 $r=3$.

故球 O 的表面积为 $4\pi r^2=36\pi$.



(第 16 题图)

三、解答题

17.**证明**:因为 $A\in$ 平面 $ABCD$,$E\in$ 直线 $BE\subset$ 平面 $ABCD$,所以直线 $AE\subset$ 平面 $ABCD$.

又 $F\in$ 直线 AE,故 $F\in$ 平面 $ABCD$.

同理,$G\in$ 平面 $ABCD$,

所以直线 $FG\subset$ 平面 $ABCD$.

因为 $EC \underline{/\!/} \frac{1}{2}AB$,

所以在 $\mathrm{Rt}\triangle FBA$ 中,$CF=\frac{1}{2}BF$,

即 $CF=BC$.同理,$DG=AD$.

又 $BC \underline{/\!/} AD$,所以 $CF \underline{/\!/} DG$.

所以四边形 $CFGD$ 是平行四边形.

所以 $FG /\!/ CD$.

又 $CD /\!/ AB /\!/ A_1B_1$,所以 $FG /\!/ A_1B_1$.

18.**证明**:(1)因为 $BB_1 \underline{/\!/} DD_1$,所以四边形 BB_1D_1D 是平行四边形.所以 $BD /\!/ B_1D_1$.因为 MN 是 $\triangle CDB$ 的中位线,所以 $MN /\!/ BD$.所以 $MN /\!/ B_1D_1$.

(2)连接 A_1C_1,与 B_1D_1 交于点 O_1,则 O_1 是 A_1C_1 的中点.连接 EO_1,则 EO_1 是 $\triangle AA_1C_1$ 的中位线.所以 $EO_1 /\!/ AC_1$.又 $AC_1\not\subset$ 平面 EB_1D_1,$EO_1\subset$ 平面 EB_1D_1,所以 $AC_1 /\!/$ 平面 EB_1D_1.

(3)由(1)得 $BD /\!/ B_1D_1$,因为 $BD\subset$ 平面 BDG,$B_1D_1\not\subset$ 平面 BDG,所以 $B_1D_1 /\!/$ 平面 BDG.连接 AC,与 BD 交于点 O,连接 OG,与(2)同理,可证得 $OG /\!/ AC_1$,又 $EO_1 /\!/ AC_1$,所以 $OG /\!/ EO_1$.因为 $OG\subset$ 平面 BDG,$EO_1\not\subset$ 平面 BDG,所以 $EO_1 /\!/$ 平面 BDG.又 $B_1D_1\cap EO_1=O_1$,所以平面 $EB_1D_1 /\!/$ 平面 BDG.

19.**证明**:(1)连接 OO_1,则 $OO_1\perp$ 平面 BCD.因为 O,O_1 分别为 AC,BC 的中点,所以 $AB /\!/ OO_1$所以 $AB\perp$ 平面 BCD.

(2)因为 $AB\perp$ 平面 BCD,所以 $AB\perp CD$.又 BC 为圆 O_1 的直径,所以 $BD\perp DC$.因为 $AB\cap BD=B$,所以 $CD\perp$ 平面 ABD.又 $CD\subset$ 平面 ADC,所以平面 $ADC\perp$ 平面 ABD.

20.**证明**:由多面体 $PABCD$ 的三视图知,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,侧面 PAD 是等腰三角形,$PA=PD=\sqrt{2}$,且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$.

(1)连接 AC,则 F 是 AC 的中点.故在 $\triangle CPA$ 中,$EF /\!/ PA$.又 $PA\subset$ 平面 PAD,$EF\not\subset$ 平面 PAD,所以 $EF /\!/$ 平面 PAD.

(2)因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$,平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$,且 $CD\perp AD$,所以 $CD\perp$ 平面 PAD.所以 $CD\perp PA$.又 $PA=PD=\sqrt{2}$,$AD=2$,所以 $\angle APD=90°$,即 $PD\perp PA$.又 $CD\cap PD=D$,所以 $PA\perp$ 平面 PDC.

21.(1)**证明**:由直三棱柱的性质,知 $AA_1\perp$ 平面 ABC.

又 $DE\subset$ 平面 ABC,所以 $DE\perp AA_1$.

而 $DE\perp A_1E$,$AA_1\cap A_1E=A_1$,

所以 $DE\perp$ 平面 ACC_1A_1.

又 $DE\subset$ 平面 A_1DE,

故平面 $A_1DE\perp$ 平面 ACC_1A_1.

(2)**解**:过点 A 作 $AF\perp A_1E$ 于 F,连接 DF.

由(1),知平面 $A_1DE\perp$ 平面 ACC_1A_1,

又平面 $A_1DE\cap$ 平面 $ACC_1A_1=A_1E$,

所以 $AF\perp$ 平面 A_1DE,

故 $\angle ADF$ 是直线 AD 和平面 A_1DE 所成的角.

由(1)可知 $DE\perp$ 平面 ACC_1A_1,

所以 $DE\perp AC$.

而 $\triangle ABC$ 是边长为 4 的正三角形,

于是 $AD=2\sqrt{3}$,

$AE=4-CE=4-\frac{1}{2}CD=3$.

又因为 $AA_1=\sqrt{7}$,

所以 $A_1E=\sqrt{AA_1^2+AE^2}=4$,

$AF=\frac{AE\cdot AA_1}{A_1E}=\frac{3\sqrt{7}}{4}$,

$\sin\angle ADF=\frac{AF}{AD}=\frac{\sqrt{21}}{8}$.

所以直线 AD 和平面 A_1DE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{8}$.

22.(1)**证明**:连接 BD,与 AC 交于点 O,连接 SO.由题意,得 $SO\perp AC$.

在正方形 $ABCD$ 中,$AC\perp BD$,

又 $SO\cap BD=O$,

所以 $AC\perp$ 平面 SBD,得 $AC\perp SD$.

(2)**解**:连接 OP,由(1)知 $AC\perp$ 平面 SBD,

所以 $AC\perp OP$,且 $AC\perp OD$.

所以 $\angle POD$ 是二面角 $P-AC-D$ 的平面角.

设正方形 $ABCD$ 的边长为 a,则 $SD=\sqrt{2}a$.

又 $OD=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,所以 $\angle SDO=60°$.

由 $SD\perp$ 平面 PAC,知 $SD\perp OP$,

所以 $\angle POD=30°$,

即二面角 $P-AC-D$ 的大小为 $30°$.

(3)**解**:在棱 SC 上存在一点 E,使 $BE /\!/$ 平面 PAC.

由(2)可得 $PD=\frac{\sqrt{2}}{4}a$,故可在 SP 上取一点 N,使 $PN=PD$.

过 N 作 PC 的平行线与 SC 的交点即为 E,连接 BN,BE.

在 $\triangle BND$ 中,知 $BN /\!/ PO$,

由于 $NE /\!/ PC$,且 BN,$NE\not\subset$ 平面 PAC,PO,$PC\subset$ 平面 PAC,

故 $BN /\!/$ 平面 PAC,$NE /\!/$ 平面 PAC.

又 $BN\cap NE=N$,

所以平面 $BEN /\!/$ 平面 PAC.

故 $BE /\!/$ 平面 PAC.

由于 $SN=SD-2PD=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,

故 $SN:NP=2:1$,

所以 $SE:EC=2:1$.

第 7 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C

提示:确定平面直角坐标系中一条直线位置的几何要素是:直线上的一个定点以及它的倾斜角,二者缺一不可.

2.B

提示:当倾斜角为 90°时,斜率不存在,此时直线垂直于 x 轴.

3.B　4.B　5.C

6.A

提示:由题意可得 $M(2,4)$,$N(3,2)$,由两点式得 $\frac{y-4}{2-4}=\frac{x-2}{3-2}$,即 $2x+y-8=0$.

7.B　8.D　9.D　10.D

11.C

提示:直线方程化为 $l_1:y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$,$l_2:y=-\frac{1}{c}x-\frac{d}{c}$. 观察图象中两条直线的斜率与截距,得 $-\frac{1}{c}<-\frac{1}{a}<0$,$-\frac{b}{a}>0>-\frac{d}{c}$,所以 $a>c>0$,$b<0$,$d>0$.结合选项可知选 C.

12.C

提示:显然两条直线平行.因为 $P_1(x_1,y_1)$ 在直线 l 上,所以 $f(x_1,y_1)=0$.所以原方程化为 $f(x,y)-f(x_2,y_2)=0$.显然 $P_2(x_2,y_2)$ 满足此方程,故选 C.

二、填空题

13.$3x-2y=0$ 或 $x-y+1=0$

提示:当直线过原点时,直线方程为 $y=\frac{3}{2}x$,即 $3x-2y=0$;当直线不过原点时,设方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{-a}=1$,把点 $P(2,3)$ 代入,解得 $a=-1$,故直线方程为 $x-y+1=0$.

14.12

提示:由斜率相等,得 $\frac{3+3}{4-2}=\frac{\frac{k}{2}-3}{5-4}$,解得 $k=12$.

15.$(-\infty,-4]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$

提示:在平面直角坐标系中标出 P,A,B 三点,易知直线 l 的斜率 $k\leqslant k_{PA}$ 或 $k\geqslant k_{PB}$ 时满足题意.因为 $k_{PA}=-4$,$k_{PB}=\frac{3}{4}$,所以 $k\geqslant\frac{3}{4}$ 或 $k\leqslant -4$.

16.$(1,-3)$

提示:当 $m\neq 1$ 时,$y=\frac{m+3}{m-1}x-\frac{4m}{m-1}=\frac{m+3}{m-1}(x-1)-3$,故 $y+3=\frac{m+3}{m-1}(x-1)$.由直线的点斜式,可知该直线过点 $(1,-3)$.当 $m=1$ 时,直线方程为 $x=1$,也过定点 $(1,-3)$.综上,直线恒过定点 $(1,-3)$.

三、解答题

17.**解**:当 $a=0$ 时,$A(-2,0)$,$B(1,0)$,$P(0,-1)$,$Q(0,0)$,则 l_1 为 x 轴,l_2 为 y 轴,显然 $l_1\perp l_2$.

当 $a\neq 0$ 时,l_1 的斜率 $k_1=\frac{3a-0}{1-(-2)}=a$,$l_2$ 的斜率 $k_2=\frac{-2a-(-1)}{a-0}=\frac{1-2a}{a}$,

由 $l_1\perp l_2$,得 $k_1k_2=-1$,即 $a\cdot\frac{1-2a}{a}=-1$,解得 $a=1$.综上可知,$a=0$ 或 $a=1$.

18.**解**:因为 $A(2,0)$,$B(0,2)$,

所以斜率 $k=\frac{2-0}{0-2}=-1$.

所以直线 l 的点斜式为 $y-0=-(x-2)$,斜截式为 $y=-x+2$,截距式为 $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$,一般式为 $x+y-2=0$.

19.**解**:(1)由题意,设 l_2 的方程为 $3x+4y+m=0$.

将点 $(-1,3)$ 代入,得 $3\times(-1)+4\times 3+m=0$,解得 $m=-9$.

所以 l_2 的方程为 $3x+4y-9=0$. 故 l_1 与 l_2 之间的距离 $d=\frac{|-12-(-9)|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{3}{5}$.

(2)由题意,设 l_3 的方程为 $4x-3y+n=0$.

令 $y=0$,得 $x=-\frac{n}{4}$;令 $x=0$,得 $y=\frac{n}{3}$.

故三角形面积 $S=\frac{1}{2}\cdot\left|-\frac{n}{4}\right|\cdot\left|\frac{n}{3}\right|=4$,解得 $n=\pm 4\sqrt{6}$.

所以 l_3 的方程为 $4x-3y\pm 4\sqrt{6}=0$.

20.**解**:由直线 CD 的方程是 $x+y-2=0$,得其斜率 $k_1=-1$.所以直线 AB 的斜率 $k_2=1$.

又 $A(0,1)$,则直线 AB 的方程为 $y-1=x$,即 $x-y+1=0$.

因为直线 BM 的方程是 $3x+y-5=0$,

由 $\begin{cases}x-y+1=0,\\3x+y-5=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=1,\\y=2,\end{cases}$

所以 $B(1,2)$.

设 $C(a,2-a)$,则 $M\left(\frac{a}{2},\frac{3-a}{2}\right)$,

代入直线 BM 的方程 $3x+y-5=0$ 中,

得 $3\times\frac{a}{2}+\frac{3-a}{2}-5=0$,

解得 $a=\frac{7}{2}$.

所以 $C\left(\frac{7}{2},-\frac{3}{2}\right)$.

21.**解**:设点 P 的坐标为 (x,y),

由题意有 $\frac{|PM|}{|PN|}=\sqrt{2}$,

即 $\sqrt{(x+1)^2+y^2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+y^2}$,

整理,得 $x^2+y^2-6x+1=0$.　①

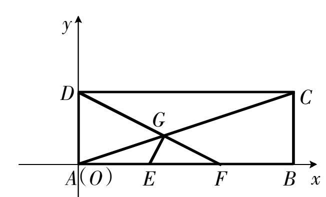
因为点 N 到直线 PM 的距离为 1,$|MN|=2$,所以 $\angle PMN=30°$,直线 PM 的斜率为 $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$,

故有 $\frac{y}{x+1}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.　②

联立①②,解得点 P 的坐标为 $(2+\sqrt{3},1+\sqrt{3})$ 或 $(2-\sqrt{3},-1+\sqrt{3})$ 或 $(2+\sqrt{3},-1-\sqrt{3})$ 或 $(2-\sqrt{3},1-\sqrt{3})$.

故直线 PN 的方程为 $y=x-1$ 或 $y=-x+1$.

22.**证明**:以 AB 所在直线为 x 轴,AD 所在直线为 y 轴,建立平面直角坐标系(如图).



(第 22 题图)

设 $AD=1$,则 $D(0,1)$,$A(0,0)$,$E(1,0)$,$F(2,0)$,$C(3,1)$,求得直线 AC 的方程为 $y=\frac{1}{3}x$,直线 DF 的方程为 $x+2y-2=0$.

联立方程 $\begin{cases}y=\frac{1}{3}x,\\x+2y-2=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{6}{5},\\y=\frac{2}{5}.\end{cases}$

所以点 G 的坐标为 $\left(\frac{6}{5},\frac{2}{5}\right)$.

所以直线 EG 的斜率 $k_{EG}=\frac{\frac{2}{5}-0}{\frac{6}{5}-1}=2$.

因为直线 DF 的斜率 $k_{DF}=\frac{1-0}{0-2}=-\frac{1}{2}$,所以 $k_{EG}\cdot k_{DF}=-1$,

所以 $EG\perp DF$.