

一、选择题

1.B

2.D

提示:过平面外一点作该平面的平行平面,有且只有1个,在这个平行平面上过这个点的直线有无数条,这些直线都与原平面平行,故选D.

3.C

提示:由面面平行的性质可知截面四边形是矩形.

4.B

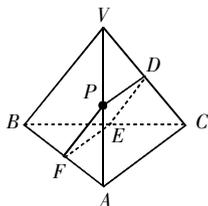
提示:由已知条件,可知 $DE \parallel BC$,则 $DE \parallel$ 平面 ABC .又 $DE \subset$ 平面 $DEFG$,平面 $DEFG \cap$ 平面 $ABC=GF$,所以 $DE \parallel GF$.所以 $GF \parallel BC$.所以 $GF \neq BC$,即 $GF \neq DE$,所以直线 DG 与 EF 必相交.

5.D

提示:由平面 ADD_1A_1 与平面 D_1EF 有公共点 D_1 ,依据公理3知,必有过该点的公共直线 l .在平面 ADD_1A_1 内与 l 平行的线有无数条,且它们都不在平面 D_1EF 内,由线面平行的判定定理知它们都与平面 D_1EF 平行.

6.C

提示:如图,过点 P 作 AC 的平行线 PD 交 VC 于点 D ,作 VB 的平行线交 AB 于点 F ,过点 D 作 VB 的平行线交 BC 于 E .连接 EF ,由 $PF \parallel DE$,故 P, D, E, F 共面,且平面 $PDEF$ 与 VB 和 AC 都平行,易知四边形 $PDEF$ 是平行四边形,故选C.



(第6题图)

7.A

提示:平面 EFH 即平面 $EFDC$.易证 $B_1G \parallel EC$,所以 $B_1G \parallel$ 平面 $EFDC$.故选A.

8.C

提示:由平面平行的性质定理,易证 $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$.所以 $AC = \frac{DF}{DE} \times AB = \frac{5}{2} \times 6 = 15$.

9.A

提示:依据面面平行的判定定理. 10.D 提示:作平面 $\gamma \parallel \alpha, \gamma \parallel \beta$,且平面 γ 到平面 α 的距离等于平面 γ 到平面 β 的距离,则不论 A, B 分别在平面 α, β 内如何移动,所有的动点 C 都在平面 γ 内,故选D.

11.C

12.C

提示:②中 a 与 b 可能平行、相交或是异面直线;③中 α 与 β 可能平行、相交;⑤⑥中 a 可能与 α 平行,也可能在 α 内.

二、填空题

13. $b \parallel \alpha$ 或 $b \subset \alpha$

14.平行四边形

15.平行

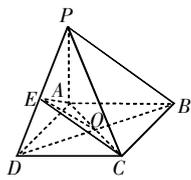
提示:因为过 A_1, C_1, B 的平面与底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的交线为 A_1C_1 ,又正方体的两底面互相平行,则由两个平面平行的性质定理知 $l \parallel A_1C_1$.

16.①③④

提示:②中无穷多条直线可能都互相平行,此时,平面 α 不一定与平面 β 平行.

三、解答题

17.证明:连接 BD 与 AC 相交于 O ,连接 EO ,如图.



(第17题图)

在 $\square ABCD$ 中, O 是 BD 的中点,又 E 是 PD 的中点,所以 $EO \parallel PB$.

因为 $PB \not\subset$ 平面 $AEC, EO \subset$ 平面 AEC ,所以 $PB \parallel$ 平面 AEC .

18.证明:由已知得平面 $ABE \parallel$ 平面 DCC_1F ,又平面 $AEC_1F \cap$ 平面 $ABE=AE$,平面 $AEC_1F \cap$ 平面 $DCC_1F=C_1F$,所以 $AE \parallel C_1F$.同理可得 $AF \parallel C_1E$,所以四边形 AEC_1F 是平行四边形.

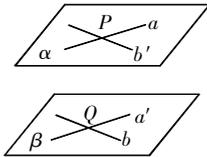
19.解:因为 $A \notin \alpha$,所以 A, a 确定一个平面,设为 β .因为 $B \in \alpha$,所以 $B \in \beta$.又 $A \in \beta$,所以 $AB \subset \beta$.同理 $AC \subset \beta, AD \subset \beta$.

因为点 A 与直线 a 在 α 的异侧,所以 β 与 α 相交,即平面 ABD 与 α 相交,交线为 EG .因为 $BD \parallel \alpha, BD \subset$ 平面 ABD ,平面 $ABD \cap \alpha = EG$,所以 $BD \parallel EG$.

所以 $\frac{EG}{BD} = \frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AC}$,

所以 $EG = \frac{AF}{AC} \cdot BD = \frac{5}{9} \times 4 = \frac{20}{9}$.

20.证明:如图所示,在直线 a 上任取一点 P ,过点 P 作直线 $b' \parallel b$,则 a 与 b' 可确定一个平面,记为 α .因为 $b' \subset \alpha, b \not\subset \alpha$,所以 $b \parallel \alpha$.



(第20题图)

在直线 b 上任取一点 Q ,过点 Q 作直线 $a' \parallel a$,则 a' 与 b 可确定一个平面,记为 β .

因为 $a \subset \alpha, a' \not\subset \alpha$,所以 $a' \parallel \alpha$.

又 $a' \cap b = Q$,所以 $\alpha \parallel \beta$.

21.(1)证明:因为四边形 $EFHG$ 为平行四边形,所以 $EF \parallel HG$.

又因为 $HG \subset$ 平面 ABD ,

所以 $EF \parallel$ 平面 ABD .

又因为 $EF \subset$ 平面 ABC ,平面 $ABD \cap$ 平面 $ABC=AB$,

所以 $EF \parallel AB$.

又 $EF \subset$ 平面 $EFHG, AB \not\subset$ 平面 $EFHG$,所以 $AB \parallel$ 平面 $EFHG$.

(2)解:设 $EF=x(0 < x < 4)$.

由 $EF \parallel AB$,得 $\frac{EF}{AB} = \frac{CE}{CA}$,

即 $\frac{CE}{CA} = \frac{x}{4}$.

由 $EH \parallel FG \parallel CD$,得 $\frac{EH}{CD} = \frac{AE}{AC}$,

即 $\frac{EH}{6} = \frac{AE}{AC}$.

因为 $\frac{CE}{CA} + \frac{AE}{AC} = 1$,

所以 $\frac{x}{4} + \frac{EH}{6} = 1$,

则 $EH = 6 - \frac{3}{2}x$.

所以四边形 $EFHG$ 的周长

$l = 2(x + 6 - \frac{3}{2}x) = 12 - x$.

又 $0 < x < 4$,则有 $8 < l < 12$.

所以四边形 $EFHG$ 周长的取值范围是 $(8, 12)$.

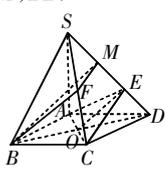
22.解:当 F 是棱 SC 的中点时,存在过 BF 的平面 BFM 平行于平面 AEC .

证明如下:

如图,取 SE 的中点 M ,连接 FM, BF ,则 $FM \parallel CE$,

所以 $FM \parallel$ 平面 AEC .

连接 BM, BD .



(第22题图)

设 $BD \cap AC = O$,则 O 为 BD 的中点,连接 OE .

由 $EM = \frac{1}{2}SE = ED$ 知, E 是 MD 的中点,

所以 $BM \parallel OE$,

又 $BM \not\subset$ 平面 AEC ,

所以 $BM \parallel$ 平面 AEC .

又 $FM \cap BM = M$,

所以平面 $BFM \parallel$ 平面 AEC .

所以在棱 SC 上存在一点 F (F 是棱 SC 的中点),且存在过 BF 的平面 BFM (M 是 SE 的中点)平行于平面 AEC .

第1期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C 2.B 3.D 4.A

5.D

提示:俯视图是从几何体的上面向下面正投影,故选D.

6.C

提示:根据斜二测画法的规则,原来的直角变为 45° 角,排除B;与 y' 轴平行的线段长度减半,排除A;与 x' 轴平行的线段长度不变,排除D.故选C.

7.A

提示:三个侧面都是直角边长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的等腰直角三角形,底面是边长为1的等边三角形.

8.D

提示:设圆台的母线长为 l 由题知,中截面是半径为 $\frac{5+R}{2}$ 的圆面,则 $[\pi \times \frac{l}{2} \times (5 + \frac{5+R}{2})] : [\pi \times \frac{l}{2} \times (\frac{5+R}{2} + R)] = 1:2$,解得 $R=25$.

9.C

提示:设上底面面积为 S ,则下底面面积为 $4S$,设高为 h ,那么 $V_{A_1-ABC} = \frac{1}{3}Sh, V_{C-A_1B_1C_1} = \frac{4}{3}Sh, V_{B-A_1B_1C_1} = \frac{1}{3}(S + \sqrt{S \times 4S} + 4S)h - \frac{1}{3}Sh - \frac{4}{3}Sh = \frac{2}{3}Sh$,从而可知选C.

10.C

提示:设体积为 V ,则 $S_{正} = 6\sqrt{3}V^{\frac{1}{3}}, S_{柱} = 2\pi(\sqrt{\frac{3V}{2\pi}})^2 + 4\pi(\sqrt{\frac{3V}{2\pi}})^2 = 3\sqrt{3}2\pi V^{\frac{2}{3}}, S_{球} = \sqrt{3}36\pi V^{\frac{2}{3}}$,比较可得 $S_{球} < S_{柱} < S_{正}$.

11.A

提示:将侧面展开,最短距离为长、宽分别为 $2\pi, 4$ 的矩形的对角线长.

12.C

提示:由正视图知小正方体共3列,且左侧高一层,中间最高两层,右侧最高两层.结合侧视图可知搭成这个几何体至少需要小正方体的个数为 $3+2+1=6$.

二、填空题

13.三棱锥

14.16cm

提示:由斜二测画法的规则可知正方形 $O'A'B'C'$ 对应的原图形是 $\square OABC$,且 $OA=2, OB \perp OA, OB=4\sqrt{2}$.所以 $AB=OC=\sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2}=6$.所以周长等于 $2 \times 6 + 2 \times 2 = 16$ (cm).

15.6π

提示:由题意可将三棱锥补充为一个长、宽、高分别是 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ 的长方体,则其外接球的直径 $2R = \sqrt{1+2+3} = \sqrt{6}$,表面积 $S = 4\pi R^2 = 6\pi$.

16.①③④⑤

提示:因为有六个面,所以①正

确;因为侧棱的延长线不能交于一点,所以②不正确;把几何体放倒就会发现③正确;由切割法可知④正确;由补形法可知⑤正确.

三、解答题

17.解:(1)由一个圆柱和两个圆台构成.

(2)由挖去与上底面同底的圆锥的圆台、一个圆柱和一个圆锥构成.

18.解:由三视图可知该几何体的下方是一个四棱柱,上方是一个四棱锥,并且底面重合.

(1)画轴.如图1所示,画出 x 轴、 y 轴、 z 轴,三轴交于点 O ,使 $\angle xOy=45^\circ, \angle xOz=90^\circ$.

(2)画棱柱的底面.以 O 为中点,在 x 轴上画 $MN=2$,在 y 轴上画 $EQ=1$,分别过点 M, N 作 y 轴的平行线,过点 E, Q 作 x 轴的平行线,设它们的交点分别为 A, B, C, D ,则四边形 $ABCD$ 就是该棱柱的下底面.

(3)画棱柱的侧棱.分别以 A, B, C, D 四个顶点为起点作平行于 z 轴,长度为1的线段,得四条侧棱 AA', BB', CC', DD' ,顺次连接 A', B', C', D' .

(4)画四棱锥的顶点.在 z 轴上截取线段 OP ,使 $OP=2$.

(5)成图.连接 PA', PB', PC', PD' ,擦去辅助线,将被遮挡部分改为虚线,可得图2所示的直观图.

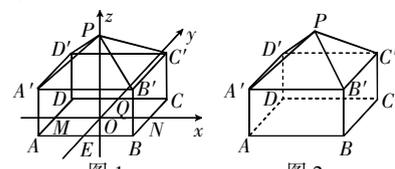


图1 图2

(第18题图)

19.解:(1)如图所示,设内接圆柱的底面圆半径为 r .

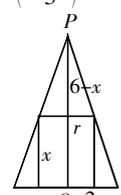
由已知,得 $\frac{6-x}{6} = \frac{r}{2}$,

所以 $r = \frac{6-x}{3}$.

故 $S = \frac{2(6-x)}{3} \cdot x = -\frac{2}{3}x^2 + 4x$,

即 $S = -\frac{2}{3}x^2 + 4x$,其中 $0 < x < 6$.

(2)当 $x = -\frac{4}{2 \times (-\frac{2}{3})} = 3$ 时, S 最大.



(第19题图)

20.解:(1) $S_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times 18^2 = 108\pi$ (cm²),

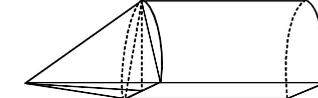
$S_2 = \frac{2}{3} \times \pi \times 18^2 = 216\pi$ (cm²).

(2)设较小圆锥的底面半径为 r_1 ,则有 $2\pi r_1 = \frac{1}{3} \times 2\pi \times 18$,解得 $r_1 = 6$.

所以 $h_1 = \sqrt{18^2 - r_1^2} = 12\sqrt{2}$ (cm). 同理可得较大圆锥的底面半径 $r_2 = 12, h_2 = \sqrt{18^2 - r_2^2} = 6\sqrt{5}$ (cm).

所以 $h_1:h_2 = 12\sqrt{2}:6\sqrt{5} = 2\sqrt{2}:\sqrt{5}$.

21.解:由三视图可知,该几何体的左侧是一个三棱锥,右侧是横放的半个圆柱,如图所示.



(第21题图)

(1)此几何体的体积 $V = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 2 \times 1) \times 1 + \frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 \times 2 = \pi + \frac{1}{3}$.

(2)将三棱锥与圆柱底面重合的面看作底面,则此几何体的表面积 $S =$ 三棱锥的侧面积 $S_1 +$ 圆柱底面积 S_2 的 $\frac{1}{2} \times 2 =$ 三棱锥的底面积 $S_3 +$ 圆柱侧面积 S_4 的 $\frac{1}{2} +$ 圆柱的轴截面面积 S_5 ,其中 $S_1 =$

$\frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{2})^2 \times 2 = 1 + \sqrt{3}$, $S_2 = \pi \times 1^2 = \pi, S_3 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1, S_4 = 2\pi \times 1 \times 2 = 4\pi, S_5 = 2 \times 2 = 4$.故 $S = 1 + \sqrt{3} + \pi \times \frac{1}{2} \times 2 -$

$1 + 4\pi \times \frac{1}{2} + 4 = 3\pi + 4 + \sqrt{3}$.

22.解:如下图, $\triangle PAB$ 是正三角形,则当容器内放入铁球时,水深 $PC = 3r$,水面半径为 $\sqrt{3}r$,

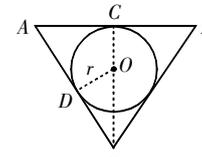
那么,水的体积 $V = \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{3}r)^2 \times 3r - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{5}{3}\pi r^3$.

将球取出后,设容器中水的深度为 h ,则水面半径为 $\frac{\sqrt{3}}{3}h$.

由 $\frac{1}{3} \times \pi \times (\frac{\sqrt{3}}{3}h)^2 \times h = \frac{5}{3}\pi r^3$,得

$h = \sqrt[3]{15}r$.

答:将球取出后,容器内的水深是 $\sqrt[3]{15}r$.



(第22题图)

一、选择题

1.D 2.B 提示:面最少的多面体是四面体,由此知选 B.

3.B 4.D 5.C

提示:注意画出从正前方看不到部分的轮廓线.

6.B 提示:由已知图形可知,侧视图为 Rt△PAD 及 PA 边上的中线,故选 B.

7.B 提示:仅仅平行于 x 轴的线段长度在直观图中保持不变.

8.C 提示:此正方形的边长为 4 或 8,故面积为 16 或 64.

9.D 提示:由已知条件,得正四棱台侧面梯形的高为 √(2² - ((3-1)/2)²) = √3.

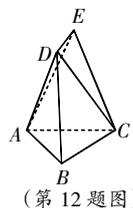
所以侧面积 S = 1/2 * (1+3) * √3 * 4 = 8√3.

10.A 提示:先将四面体置于边长为 1 的正方体中,再将正方体置于球中,则正方体的体对角线长等于球的直径,即 √3 = 2R, 所以球的半径 R = √3/2, 表面积 S = 4πR² = 4π * ((√3)/2)² = 3π.

11.B 提示:设新的水面高度是 h, 则倒圆锥形器皿中水的体积是 1/3 * π * ((√3h)/3)² * h = π * 2² * 6, 解得 h = 6.

12.A 提示:由三视图得直观图如图所示, 则该几何体共有 9 条棱. 又该几何体由三棱锥 D-ABC 和三棱锥 D-AEC 组合而成,

则体积 V = 1/3 * 1/2 * 4 * 2 * 2 + 1/3 * 1/2 * 4 * 2 * 1 = 4. 故选 A.



(第 12 题图)

二、填空题

13.3π 14.36πcm³

提示:设一个球形麻团的半径为 r, 则长方体的长和宽均为 4r, 高为 2r, 所以 2(4r * 4r + 4r * 2r + 4r * 2r) = 576, 解得 r = 3. 故一个麻团的体积 V = 4/3 * πr³ = 36π (cm³).

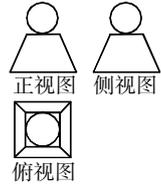
15.6 提示:由正视图和侧视图知,该几何体由两层小正方体拼接成,且上层仅有 1 个小正方体;由俯视图知,该几何体的最下层有 5 个小正方体,则共有 6 个小正方体.

16.(1)(2)(4)

提示:由于直观图中横轴不变,纵轴减半,故(3)中两个三角形的直观图不全等.

三、解答题

17.解:根据题意,该几何体是正四棱台与球的组合体,它的三视图如图所示.



(第 17 题图)

18.解:根据三视图可知,此几何体为圆台.其直观图画法如下:

(1)画轴,画 x 轴、z 轴,记坐标原点为 O,使 ∠xOz = 90°, 如图 1 所示.

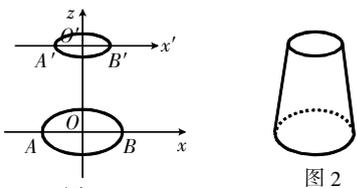


图 1 (第 18 题图)

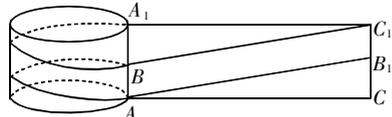
(2)画圆台的两底面.在 x 轴上取 A, B 两点,使 AB 的长度等于俯视图大圆的直径,且 OA = OB.选择椭圆模板中适当的椭圆过 A, B 两点,使它成为圆台的下底面.在 z 轴上截取点 O',使 OO' 等于正视图的高度,过点 O' 作 O_x 轴的平行线 O'x' 轴,类似圆台下底面的作法作出圆台的上底面.

(3)成图.连接 A'A, B'B, 去掉辅助线,将被遮挡的部分改为虚线,即得到几何体的直观图如图 2 所示.

19.解:由已知图形可知,在平面直角坐标系中, A(0,0), B(3,0), C(2,2), D(0,4), 则四边形 ABCD 的面积 S = 1/2 * (2+4) * 2 + 1/2 * 1 * 2 = 7.

20.解:(1)设圆柱的底面半径为 r, 则 2πr = 2π, 解得 r = 1. 所以此圆柱的体积 V = π * 1² * 2 = 2π.

(2)设母线 AA₁ 的中点为 B, 将侧面展开图记为矩形 ACC₁A₁, CC₁ 的中点为 B₁, 如图所示, 则绳长的最小值即为 AB₁ + BC₁. 因为 AB₁ = BC₁ = √(4π² + 1), 所以绳长的最小值为 2√(4π² + 1).



(第 20 题图)

21.解:由已知条件,得 CD = 2, BC = 2. 阴影部分绕 AB 所在直线旋转一周得到的旋转体是圆台挖去半个球所得组合体,其中圆台的上、下底面半径分别为 1, 2, 高为 √3, 母线长为 2, 球的半径为 1.

所以旋转体的体积 V = V_圆台 - V_半球 = 1/3 * π * √3 * (2² + 2 * 1 + 1²) - 1/2 * 4/3 * π * 1³ = 7√3/3 - 2/3 π.

表面积 S = S_半球 + S_圆台侧 + S_圆台下底 = 1/2 * 4π * 1² + π * (1+2) * 2 + π * 2² = 12π.

22.解:(1)因为 AE = BE' = x, 所以 EE' = 20 - 2x. 由 EE' > 0, 得 0 < x < 10. 故礼品袋的侧面积

S = S_正方形 - 4S_△SEF - 4S_△EAH = 20 * 20 - 4 * 1/2 * (20 - 2x) * 10 - 4 * 1/2 * x² = -2x² + 40x, 即 S = -2x² + 40x, 0 < x < 10.

(2)当 x = 5 时,在四棱锥 S-EFGH 中, OE = OF = 5, EF = 5√2, SE = 5√5, 高 SO = √(SE² - OE²) = 10.

包装盒的内径最小值,即为正四棱锥 S-EFGH 的外接球的半径 R, 设外接球的球心为 O', 则点 O' 在正四棱锥 S-EFGH 的高 SO 上, 连接 EO',

则在 Rt△EOO' 中, OE² + O'O² = O'E², 即 5² + (10 - R)² = R², 解得 R = 25/4. 故包装盒的内径的最小值是 25/4 cm.

第 3 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.A 2.B 提示:由公理 1 可知选 B.

3.C 提示:共线的点不能确定一个平面,故 A, B 错误;根据公理 2, 可知三角形的三个顶点可以确定一个平面,故 C 正确;空间四边形不能确定一个平面,故 D 错误. 故选 C.

4.A 提示:设直线 EF 与 GH 的交点为 P, 则 P ∈ EFC 平面 ADB, 且 P ∈ GH ⊂ 平面 CDB. 因为平面 ADB ∩ 平面 CDB = DB, 所以 P ∈ DB, 即交点在直线 DB 上.

5.B 提示:在空间四边形 ABCD 中, 分别取 AB, BC, CD, AD 的中点 E, F, G, H, 则 EF ∥ 1/2 AC ∥ HG, 所以四边形 EFGH 是平行四边形. 又 AC ⊥ BD, EH ∥ BD, 所以 EF ⊥ EH. 所以四边形 EFGH 是矩形.

6.A 提示:如果一条直线上有一个点在平面外, 那么该直线与平面平行或相交, 从而可知 A 正确.

7.D 提示:由 m ⊄ α, A ∈ m, A ∈ α, 可知 m 与 α 相交, 又 n ⊂ α, 所以 m 与 n 一定不平行. 故选 D.

8.C 9.C

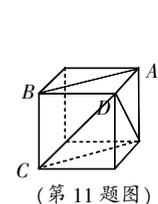
提示:两两平行且不共面的三条直线中, 每两条直线可以确定一个平面, 则三条直线可以确定三个平面, 即 m = 3. 这三个平面把空间分成七个部分(把平面看作直线, 空间的分割情况如图 9 所示), 即 n = 7.



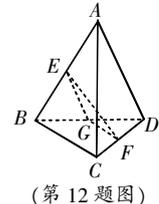
(第 9 题图)

10.B 提示:根据空间中两条直线的位置关系可知①正确;根据异面直线的定义可知⑤正确. ②③④中的 a, b 均可平行, 故选 B.

11.B 提示:将展开图还原为正方体, 如图所示. 易知 AB 与 CD 所成的角为 60°, 故 AB 与 CD 异面但不垂直.



(第 11 题图)



(第 12 题图)

12.B 提示:如图, 取 BD 的中点 G, 连接 EG, FG, 则 ∠EFG (或其补角) 为异面直线 EF 与 BC 所成的角.

因为 EG = 1/2 AD, GF = 1/2 BC, AD = BC, 所以 EG = GF. 因为 AD ⊥ BC, EG ∥ AD, GF ∥ BC, 所以 EG ⊥ GF. 所以 ∠EFG = 45°.

二、填空题 13.(1)C (2)D (3)A (4)B 14.75° 或 105°

15.4 提示:当四点共面时能确定 1 个平面;若这四点不共面, 则任意三点可确定 1 个平面, 故可确定 4 个平面.

16.(1)30°; (2)60° 提示:(1)因为 A₁F₁ ∥ B₁E₁, B₁E₁ ∥ BE, 所以 A₁F₁ ∥ BE, 所以 ∠EBD (或其补角) 是异面直线 A₁F₁ 与 BD 所成的角. 由正六边形的性质可知 ∠EBD = 30°.

(2)因为 B₁E₁ ∥ BE, 所以直线 C₁F₁ 与 B₁E₁ 相交所成的锐角(或直角)是异面直线 C₁F₁ 与 BE 所成的角. 由正六边形的性质可知该角为 60°.

三、解答题

17.解:(1)错误. 因为点 A ∉ 平面 CC₁B₁B, 所以直线 AC₁ ⊄ 平面 CC₁B₁B.

(2)正确. 因为 O ∈ 直线 ACC 平面 AA₁C₁C, O ∈ 直线 BDC 平面 BB₁D₁D, 且 O₁ ∈ 直线 A₁C₁ ⊂ 平面 AA₁C₁C, O₁ ∈ 直线 B₁D₁ ⊂ 平面 BB₁D₁D, 所以平面 AA₁C₁C 与平面 BB₁D₁D 的交线为 OO₁.

(3)(4)都正确. 因为 AD ∥ B₁C₁, 所以 A, B₁, C₁, D 共面.

18.证明:由公理 2, 可知点 A, B, D 确定一个平面, 设其为 α, 则 E ∈ ABC α, F ∈ ADC α. 所以 EFC ⊂ α, 即 m ⊂ α. 又 G ∈ m, 所以 G ∈ α. 所以 BG ⊂ α. 因为 C ∈ BG, 所以 C ∈ α. 所以四边形 ABCD 是平面四边形.

19.证明:因为 E, H 是 △ABD 的中位线, 所以 EH ∥ BD, 且 EH = 1/2 BD.

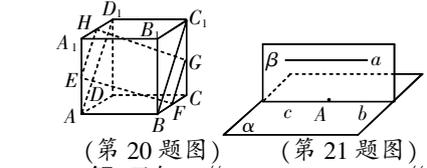
因为 CF/BC = CG/CD = 2/3, 所以 FG ∥ BD, 且 FG = 2/3 BD.

所以 EH ∥ FG, 且 EH ≠ FG, 故四边形 EFGH 为梯形, 且直线 EF 与 GH 必相交.

设交点为 P, 因为 EFC ⊂ 平面 ABC, GH ⊂ 平面 ACD, 所以 P ∈ 平面 ABC, 且 P ∈ 平面 ACD. 又平面 ABC ∩ 平面 ACD = AC, 所以 P ∈ AC.

所以 P ∈ AC. 所以直线 EF, GH, AC 交于一点. 20.证明:连接 BC₁, AD₁, 如图. 因为 E, F, G, H 分别是 AA₁, BC, CC₁, D₁A₁ 的中点, 所以 EH ∥ 1/2 AD₁, FG ∥ 1/2 BC₁.

因为 AB ∥ D₁C₁, 所以四边形 ABC₁D₁ 是平行四边形. 所以 AD₁ ∥ BC₁. 所以 EH ∥ FG. 所以四边形 EFGH 是平行四边形.



(第 20 题图) (第 21 题图)

21.解:已知 a // α, A ∈ α, A ∈ β, b // α. 求证: b ⊂ α. 证明:如图, 因为 a // α, A ∈ α, 所以 A ∉ a.

所以由 A 和 a 可确定一个平面 β, 则 A ∈ β.

所以 α 与 β 相交于过点 A 的直线. 设 α ∩ β = c, 则 A ∈ c.

由 a // α, 知 a 与 α 无公共点, 而 c ⊂ α, 所以 a 与 c 无公共点. 因为 a ⊂ β, c ⊂ β, 所以 a // c. 又 a // b, 则 b 与 c 平行或重合.

因为 A ∈ b, A ∈ c, 所以 b 与 c 重合. 所以 b ⊂ α.

22.解:(1)F 是 A₁D₁ 的中点. 理由如下: 分别取 A₁D₁, AD 的中点 F, G, 连接 BG, FG, FB₁, DF (如图 1).

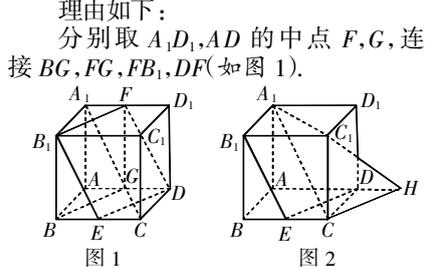


图 1 图 2 (第 22 题图)

在正方体 ABCD-A₁B₁C₁D₁ 中, 易证四边形 BEDG 和四边形 BB₁FG 都是平行四边形.

所以 DE ∥ BG, BG ∥ B₁F, 所以 DE ∥ B₁F, 所以 B₁, E, D, F 四点共面.

所以 A₁D₁ ∩ 平面 B₁ED = F. (2)如图 2, 过点 C 作 CH ∥ DE, 交 AD 的延长线于点 H, 连接 A₁H, 则 ∠A₁CH (或其补角) 是异面直线 A₁C 与 DE 所成的角.

因为 A₁C = √(2² + 2² + 2²) = 2√3, CH = √(2² + 1²) = √5, A₁H = √(2² + (2+1)²) = √13, 所以 A₁C² + CH² ≠ A₁H², 所以 ∠A₁CH 不是直角.