第4期

第 2~3 版章节测试题参考答案

一、选择题

1.C　2.D　3.C

4.C

提示:不同的选修方案种数为 $C_4^2\times C_4^3\times C_4^3=96$.

5.B

提示:不同的选派方法种数为 $C_5^2\times A_3^2=60$.

6.C

提示:当 $x=1$ 时,$(\sqrt{2}-1)^{10}=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$;当 $x=-1$ 时,$(\sqrt{2}+1)^{10}=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}$.所以 $(a_0+a_2+\cdots+a_{10})^2-(a_1+a_3+\cdots+a_9)^2=(a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10})(a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{10})=(\sqrt{2}-1)^{10}\times(\sqrt{2}+1)^{10}=1$.

7.D

提示:$T_{r+1}=C_6^r(x^2)^{6-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^rC_6^rx^{12-3r}$,$r=0,1,\cdots,6$.故 x 的次数分别为12,9,6,3,0,–3,–6.结合选项可知选 D.

8.B

提示:由题意,得 $a=C_6^3=20$,$b=C_6^1\times(-2)=-12$,则 $\frac{a}{b}=-\frac{5}{3}$.

9.B

提示:因为 $\frac{n}{(n+1)!}=\frac{n+1}{(n+1)!}-\frac{1}{(n+1)!}=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$,

所以原式 $=\left(1-\frac{1}{2!}\right)+\left(\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}\right)+\left(\frac{1}{3!}-\frac{1}{4!}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2016!}-\frac{1}{2017!}\right)=1-\frac{1}{2017!}$.

10.B

提示:将 C,D,E,F 全排列有 A_4^4 种排法,把老师安排在中间有 1 种排法.从 A,B 中任选 1 人安排在老师左边有 2 种排法,剩下的 1 人安排在右边也有 2 种排法,故共有不同的站法 $A_4^4\times C_2^1\times2\times2=192$ 种.

11.C

提示:从 12 个顶点中任取 3 个,有 $C_{12}^3=220$ 种取法.其中不能构成三角形的情况有:①三点在 3 条水平边上,有 $3C_4^3=12$ 种;②三点在 4 条竖直边上,有 $4C_3^3=4$ 种;③三点在大正方形的对角线上,有 4 种.故可以构成三角形的组数为 220–12–4–4=200.

12.A

提示:因为 $a=C_{20}^0+C_{20}^1\times2+C_{20}^2\times2^2+\cdots+C_{20}^{20}\times2^{20}=(1+2)^{20}=3^{20}=9^{10}=(10-1)^{10}=C_{10}^0\times10^{10}-C_{10}^1\times10^9+C_{10}^2\times10^8+\cdots-C_{10}^9\times10+C_{10}^{10}$,所以 a 被 10 除得的余数为 1,而选项中只有 2021 被 10 除得的余数是 1,故选 A.

二、填空题

13.15

提示:从 85,87,88,90,93,94 这 6 个数中任取 4 个,仅有 1 种情况符合要求,故所有情况为 $C_6^2=15$ 种.

14.17

提示:第 5 项为 $C_n^4\cdot(\sqrt[3]{x})^{n-4}\left(-\frac{1}{x}\right)^4=C_n^4x^{\frac{n-4}{3}-4}=C_n^4x^{\frac{n-16}{3}}$,令 $n-16=0$,得 $n=16$.故展开式共有 17 项.

15.11040

提示:从反面入手,不考虑0这个特殊元素时有 $C_5^3\times C_5^2\times A_5^5$ 种;若考虑0时,只有0在首位不满足要求,有 $C_5^3\times C_4^1\times A_4^4$ 种.故符合条件的五位数的个数为 $C_5^3\times C_5^2\times A_5^5-C_5^3\times C_4^1\times A_4^4=11040$.

16.24

提示:取出四个数的角码成等差数列,则四数成等差数列.分公差为±1,±2,±3六种情况讨论,可知共有 24 个.

三、解答题

17.**解**:(1)由 $A_{2x+1}^4=140A_x^3$,得

$$\begin{cases}2x+1\geqslant4,\\x\geqslant3,\\x\in\mathbf{N}_+,\\(2x+1)2x(2x-1)(2x-2)=140x(x-1)(x-2).\end{cases}$$

化简得 $\begin{cases}x\geqslant3,\\x\in\mathbf{N}_+,\\4x^2-35x+69=0,\end{cases}$

解得 $x=3$.

(2)由 $C_{n+3}^{n+1}=C_{n+1}^{n-1}+C_{n+1}^n+C_n^{n-2}$,

得 $C_{n+3}^2=C_{n+1}^2+C_{n+1}^1+C_n^2$,

所以 $C_{n+2}^2+C_{n+2}^1=C_{n+2}^2+C_n^2$,

即 $C_{n+2}^1=C_n^2$,

即 $n+2=\frac{n(n-1)}{2}$,

解得 $n=4$.

18.**解**:(1)分步完成:

第 1 步,在 4 个偶数中取 3 个,有 C_4^3 种取法;

第 2 步,在 5 个奇数中取 4 个,有 C_5^4 种取法;

第 3 步,3 个偶数和 4 个奇数进行排列,有 A_7^7 种排法.

所以符合题意的七位数的个数是 $C_4^3\times C_5^4\times A_7^7=100800$.

(2)上述七位数中,3 个偶数排在一起的个数是 $C_4^3\times C_5^4\times A_5^5\times A_3^3=14400$.

(3)在(1)中的七位数中,3 个偶数排在一起,4 个奇数也排在一起的个数是 $C_4^3\times C_5^4\times A_3^3\times A_4^4\times A_2^2=5760$.

(4)在(1)中的七位数中,偶数都不相邻,可先把 4 个奇数排好,再将 3 个偶数分别插入 5 个空档,故满足条件的七位数的个数是 $C_4^3\times C_5^4\times A_4^4\times A_5^3=28800$.

19.**解**:满足甲、乙两人值班安排在相邻两天的方法共有 $A_2^2\times A_6^6=1440$ 种,其中满足甲、乙两人值班安排在相邻两天且丙在10月1日值班的方法共有 $C_5^1\times A_2^2\times A_4^4=240$ 种,满足甲、乙两人值班安排在相邻两天且丁在10月7日值班的方法共有 $C_5^1\times A_2^2\times A_4^4=240$ 种,满足甲、乙两人值班安排在相邻两天且丙在10月1日值班、丁在10月7日值班的方法共有 $C_4^1\times A_2^2\times A_3^3=48$ 种,

因此满足题意的方案共有 1440–2×240+48=1008 种.

20.**解**:(1)根据题意,得 $2^{2n}-2^n=992$,

所以 $(2^n-32)(2^n+31)=0$,

所以 $2^n=32$,

解得 $n=5$.

在 $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式中,第 $r+1$ 项为

$T_{r+1}=C_{10}^r\times(2x)^{10-r}\times\left(-\frac{1}{x}\right)^r$

$=(-1)^r\times C_{10}^r\times2^{10-r}\times x^{10-2r}$.

由二项式系数的性质知,二项式系数最大的项为 $T_6=(-1)^5\times C_{10}^5\times2^{10-5}\times x^{10-2\times5}=-8064$.

(2)设第 $k+1$ 项的系数的绝对值最大,

则 $\begin{cases}C_{10}^k\times2^{10-k}\geqslant C_{10}^{k-1}\times2^{11-k},\\C_{10}^k\times2^{10-k}\geqslant C_{10}^{k+1}\times2^{9-k},\end{cases}$

解得 $\frac{8}{3}\leqslant k\leqslant\frac{11}{3}$,

所以 $k=3$.

所以系数的绝对值最大的项为

$T_4=(-1)^3\times C_{10}^3\times2^{10-3}\times x^{10-2\times3}=-15360x^4$.

21.**解**:(1)每个老师有 4 种分配方案,故共有 $4^4=256$ 种不同的分配方案.

(2)先选出不分配老师的学校,再从 4 个老师中选出 2 个老师与其他 2 个老师作为 3 组分配到 3 所学校,故共有 $4\times C_4^2\times A_3^3=144$ 种不同的分配方案.

(3)先从 4 个老师中选出 2 个安排到该所学校,再将其他 2 个安排到其余 3 所学校,故共有 $C_4^2\times3^2=54$ 种不同的分配方案.

(4)先选出 2 所学校,再将 4 个老师分配到这 2 所学校且每所学校均有老师,有 $C_4^2\times(2^4-2)=84$ 种不同的分配方案.

22.(1)**解**:含 x^n 项的系数为 C_{2n-1}^n.

又 $(1+x)^{n-1}(1+x)^n$ 的展开式中含 x^n 项的系数为 $C_{n-1}^0C_n^n+C_{n-1}^1C_n^{n-1}+\cdots+C_{n-1}^{n-1}C_n^1$,

所以 $C_{n-1}^0C_n^n+C_{n-1}^1C_n^{n-1}+\cdots+C_{n-1}^{n-1}C_n^1=C_{2n-1}^n$.

(2)**证明**:当 $k\in\mathbf{N}_+$ 时,$kC_n^k=k\cdot\frac{n!}{k!(n-k)!}=\frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}=n\cdot\frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}=nC_{n-1}^{k-1}$.

结合(1),可得 $(C_n^1)^2+2(C_n^2)^2+\cdots+n(C_n^n)^2$

$=nC_{n-1}^0C_n^1+nC_{n-1}^1C_n^2+\cdots+nC_{n-1}^{n-1}C_n^n$

$=n(C_{n-1}^0C_n^1+C_{n-1}^1C_n^2+\cdots+C_{n-1}^{n-1}C_n^n)$

$=n(C_{n-1}^{n-1}C_n^1+C_{n-1}^{n-2}C_n^2+\cdots+C_{n-1}^0C_n^n)=nC_{2n-1}^n$.

第 1 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B

提示:由分类加法计数原理,可得 3+4+2=9 种.

2.B

提示:A 选项需考虑 M,N 中相同的元素,不能用分类加法计数原理.

B 选项可以分为四类:①从第一组中选;②从第二组中选;③从第三组中选;④从第四组中选.故可用分类加法计数原理.

C 选项分四步完成,用分步乘法计数原理.

D 选项分两步完成,用分步乘法计数原理.

3.A

4.C

5.A

提示:第一个节目有 6 种排法,第二个节目有 7 种排法,共 6×7=42 种.

6.C

提示:对于第一名乘客,他下电梯的楼层有 8 种情况,对于第二名乘客,他下电梯的楼层也有 8 种情况,同理其他几名乘客也有 8 种选法.根据分步乘法计数原理共有 8^8 种.

7.B

提示:因为焦点在 y 轴上,所以 $0<m<n$,依次考虑 m 取 1,2,3,4,5 时,相应符合条件的 n 的值有 6,5,4,3,2 个.由分类加法计数原理,知共有椭圆 6+5+4+3+2=20 个.

8.C

提示:按买磁盘盒数多少可分三类:

买 4 盒磁盘时,只能买 3 片软件,有 1 种;

买 3 盒磁盘时,可买 3 片或 4 片软件,有 2 种;

买 2 盒磁盘时,可买 3 片、4 片、5片或 6 片软件,有 4 种.

故共有 1+2+4=7 种不同的选购方式.

9.C

提示:根据题意,列表得

冠军	A	A	A	B	B	B	C	C	C	D	D	D
亚军	B	C	D	A	C	D	A	B	D	A	B	C

故有12种不同的结果.

10.B

提示:按 $A-B-D-C$ 顺序染色,若 A,D 染色相同,有3×2×1×2=12种方法;若 A,D 染色不同,有3×2×1×1=6种方法.故共有12+6=18种不同的染色方法.

11.B

提示:第1步,任选一人站队,有3种站法;第2步,由第1步所站位置原先站的人站队,有3种站法;第3步,剩下的两人只有1种站法,故不同的站法有3×3×1=9种.

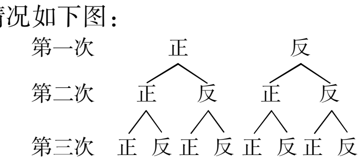
12.D

提示:三位数的回文数为 ABA,其中 A 有9种可能,B 有10种可能,故共有9×10=90个.而三位数的偶数回文数中,A 有4种可能,B 有10种可能,故共有4×10=40个.所以 $P=\frac{40}{90}=\frac{4}{9}$.

二、填空题

13.8,3

提示:用树形图列举出所有可能的情况如下图:



(第 13 题图)

故共有 8 种情况,其中恰有 2 枚正面向上的情况有 3 种.

14.10

提示:3×2+2×2=10 项.

15.12

提示:分两步:第 1 步,先选不相邻的两个面,共有 3 种选法(都是相对的面);第 2 步,从余下的四个面中任选一个面,有 4 种选法,根据分步乘法计数原理,共有 3×4=12 种选法.

16.14

提示:因为四位数的每个数位上都有两种可能性,其中四个数字全是 2 或 3 的情况不合题意,所以适合题意的四位数有 $2^4-2=14$ 个.

三、解答题

17.**解**:(1)由分类加法计数原理,可知共有 8+7=15 种不同的取法.

(2)由分步乘法计数原理,可知共有 8×7=56 种不同的取法.

18.**解**:将取出的两个数分别记为 a,b,

若 $a=1$,则 $b=100$,有1种取法;

若 $a=2$,则 $b=99,100$,有2种取法;

…

若 $a=50$,则 $b=51,52,\cdots,100$,有50种取法;

若 $a=51$,则 $b=52,53,\cdots,100$,有49种取法;

…

若 $a=99$,则 $b=100$,有1种取法;

若 $a=100$,则没有符合的取法.

故不同的取法有2×(1+2+…+49)+50=2500种.

19.**解**:由题意,先安排第1道和第4道工序,然后安排第2道和第3道工序,故不同的安排方案有1×2×4×3=24种.

20.**解**:因为 1 不能为底数,1 的对数为 0,而从 2,3,4,7,9 中任取两个不同数为真数、底数,可有 5×4 个值,但 $\log_23=\log_49$,$\log_24=\log_39$,$\log_32=\log_94$,$\log_42=\log_93$,所以共有 5×4–4+1=17 个.

21.**解**:(1)由映射的定义知,集合 A 中的元素 a_i 在集合 B 中有2种对应方法,根据分步乘法计数原理知,能构成 $2^4=16$ 个不同的映射.

(2)集合 B 中的元素 b_j 在集合 A 中有4种对应方法,根据分步乘法计数原理知,能构成 $4^2=16$ 个不同的映射.

(3)在(1)的映射中,每一个映射均是以集合 A 为定义域,以集合 B 或 B 的非空子集为值域的函数,其中以 $\{b_1\}$ 为值域的函数有一个,以 $\{b_2\}$ 为值域的函数有一个,故能构成16–2=14个满足条件的不同函数.

22.**解**:以既会排版又会印刷的2人是否被选出分为三类:

第1类,2人全不被选出,则从只会排版的3人中选2人,有3种选法;只会印刷的2人全被选出,有1种选法,由分步乘法计数原理知有3×1=3种选法.

第2类,2人中被选出一人,有2种选法.若此人排版,则再从只会排版的3人中选1人,只会印刷的2人全被选出,有2×3×1=6种选法;若此人印刷,则再从只会印刷的2人中选1人,从只会排版的3人中选2人,有2×2×3=12种选法.故共有6+12=18种选法.

第3类,2人全被选出,若此2人排版,则只会印刷的2人全被选出,有1种选法;若此2人印刷,则从只会排版的3人中选2人,有3种选法;若此2人中1人排版1人印刷,则再从只会排版的3人中选1人,从只会印刷的2人中选1人,有2×1×3×2=12种选法.故共有1+3+12=16种选法.

综上,有3+18+16=37种不同的安排方法.

①

第2期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C

2.C

3.D

4.A

5.B

6.A

提示:从9个自然数中任取3个,只有一种从小到大的顺序,故本题实质是组合问题.根据题意,得 $C_9^3=84$.

7.A

提示:由组合数的性质2,得原式$=(C_n^{m+1}+C_n^m)+(C_n^m+C_n^{m-1})=C_{n+1}^{m+1}+C_{n+1}^m=C_{n+2}^{m+1}$.

8.C

提示:集合 $A=\{1,4,6\}$,故 $A\cap B=\{1,4,6\}$.

9.C

提示:先排5个独唱节目,然后在5个空档(不包括第一个空档)中插入3个合唱节目,故共有 $A_5^5\times A_5^3$种不同的排法.

10.D

提示:若甲景区最后旅游,则乙、丙、丁三个景区任意排,有 $A_3^3=6$种排法;若丙景区最后旅游,有 $A_2^1\times A_2^2=4$种排法,故共有6+4=10种不同的旅游方法.

11.D

提示:当$a_3=1$时,从剩下的4个数字中选2个放在a_1,a_2位置,则a_4,a_5位置确定,有 $C_4^2=6$种结果;当$a_3=2$时,同理,有6种结果;当$a_3=3$时,4和5只能放在a_2或a_4位置,余下的2个数字在a_1或a_5位置,有 $A_2^2\times A_2^2=4$种结果.综上可知共有6+6+4=16个满足条件的排列.

12.C

提示:①C_6^2是6间电脑室只开放2间的方案数,错误;②6间电脑室是否开放有2^6种方案,其中都不开放和只开放1间有 $C_6^0+C_6^1=7$种方案,则2^6-7表示至少开放2间,正确;③因为 $C_6^2=C_6^4$,所以 $C_6^3+2C_6^4+C_6^5+C_6^6=C_6^2+C_6^3+C_6^4+C_6^5+C_6^6$,表示电脑室开放2间、3间、4间、5间、6间的方案种数之和,正确.故②与③正确.

二、填空题

13.5

提示:由 $C_n^3=\frac{A_n^2}{2}$,得 $\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}=\frac{n(n-1)}{2}$,解得 $n=5$.

14.28

提示:有6步走1级,有2步走2级,则 $C_8^2=28$.

15.384

提示:$A_4^4\times(A_2^2)^4=384$.

16.15

提示:原有 n 个车站,则车票有 A_n^2 种;现有$(m+n)$个车站,则车票有 A_{m+n}^2 种,所以有$(m+n)(m+n-1)-n(n-1)=62$,即$m^2+(2n-1)m=62$,所以 m 是62的因数,可知 $m=2$,得 $n=15$.

三、解答题

17.**解**:m 的取值范围为$\{m|0\leqslant m\leqslant 5,m\in\mathbf{Z}\}$.

由已知,得

$$\frac{m!(5-m)!}{5!}-\frac{m!(6-m)!}{6!}=\frac{7\times(7-m)!\,m!}{10\times7!},$$

化简,得 $m^2-23m+42=0$,

解得 $m=21$(舍去),或 $m=2$.

所以 $C_8^m=C_8^2=\frac{8\times7}{2\times1}=28$.

18.**解法一**:优先考虑特殊元素,第1步,景点 A 安排在最先或最后游览,有 A_2^1种;

第2步,B、C 两个景点因相邻可看成一个景点,再与其余三个景点进行全排列有 A_4^4种;另 B、C 内部排列有 A_2^2种,故共有 $A_2^1\times A_4^4\times A_2^2=96$ 种.

解法二:按特殊位置优先进行分类,第1类,最先游览 A,然后把 B、C 看成一个景点,再与其余三个当成四个景点,则有 $A_4^4\times A_2^2$种;第2类,最后游览 A,同样有 $A_4^4\times A_2^2$种,所以共有 $2\times A_4^4\times A_2^2=96$ 种.

19.**解**:(1)当甲不站在两端时,分2步:

第1步,排甲,有 A_5^1种方法;

第2步,让其他6人站在剩余6个位置上,有 A_6^6种方法.

故不同的站法种数为 $A_5^1\times A_6^6=3600$.

(2)当甲、乙两人之间间隔2人时,分3步:

第1步,从甲、乙以外的5人中任取2人排在甲、乙之间,有 A_5^2种方法;

第2步,把甲、乙及中间2人看作一个元素与剩下的3人作全排列,有 A_4^4 种方法;

第3步,对甲、乙进行全排列,有 A_2^2 种方法.

故不同的站法种数为 $A_5^2\times A_4^4\times A_2^2=960$.

20.**解**:所选4名学生中,至少有1名女生,至多有3名女生的选法可分三类:

第1类,1名女生和3名男生,有 $C_5^1\times C_8^3$种选法;

第2类,2名女生和2名男生,有 $C_5^2\times C_8^2$种选法;

第3类,3名女生和1名男生,有 $C_5^3\times C_8^1$种选法.

所以选出4名学生的不同选法种数是 $C_5^1\times C_8^3+C_5^2\times C_8^2+C_5^3\times C_8^1=640$.

(1)选出4名学生参加座谈会,是一个组合问题,有640种不同选法.

(2)选出4名学生参加4×100米接力,是一个排列问题,不同的选法种数是 $640A_4^4=15360$.

21.**解**:(1)由题意知,前4次只能取正品,再从4件次品中选2件排在第5和第10的位置上,最后在第6~9位置排余下的2件正品2件次品,共有 $A_6^4\times A_4^2\times A_4^4=103680$种不同的测试方法.

(2)由题意知,第5次找出最后1件次品,从而前4次有1件正品3件次品出现,共有 $C_4^1\times(C_6^1\times C_3^3)\times A_4^4=576$种不同的测试方法.

22.**解**:(1)数字0有4种填法,其余4个数字全排列填入剩下的格子中,故共有$4A_4^4=96$种不同的填法.

(2)第1个空格有3种颜色可选,其余4个空格各有2种颜色可选,故共有$3\times2^4=48$种不同的涂法.

(3)根据题意,分两步完成:

第1步,将7个小球分成5组,有两种分法:

若分成2-2-1-1-1,有 $\frac{C_7^2\times C_5^2}{A_2^2}=105$种分法;若分成3-1-1-1-1,有 $C_7^3=35$种分法.

第2步,将分好的5组全排列,有 $A_5^5=120$种排法.

故一共有$(105+35)\times120=16800$种不同的放法.

第3期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B

2.D

提示:$T_3=C_8^2a^6(-2b)^2=112a^6b^2$.

3.A

提示:$(x-\sqrt{2})^{10}$的通项为$T_{r+1}=C_{10}^r\cdot(-\sqrt{2})^rx^{10-r}$,令 $r=4$,得所求系数为$C_{10}^4\times(-\sqrt{2})^4=840$.

4.C

提示:通项公式 $T_{r+1}=C_5^rx^{5-r}\left(\frac{3}{2x}\right)^r=C_5^r\left(\frac{3}{2}\right)^rx^{5-2r}$.令 $5-2r=-1$,得 $r=3$.故$\frac{1}{x}$的二项式系数为$C_5^3=10$.

5.D

提示:第 k 项的二项式系数为 C_n^{k-1},与它相等的只能是第 $n-k+2$ 项.

6.C

提示:令 $a=b=1$,

可得系数和为$\left(1-\frac{1}{2}\right)^8=\frac{1}{2^8}$.

7.D

提示:易知通项公式为 $T_{r+1}=\left(-\frac{1}{2}\right)^r\cdot C_{100}^rx^{50-\frac{5r}{6}}(r=0,1,\cdots,100)$.当 $r=6k(k\in\mathbf{N})$时,$50-\frac{5r}{6}$为整数,从而 T_{r+1} 为有理项.令 $6k\leqslant100$,结合 $k\in\mathbf{N}$ 解得 $k=16$.故有理项有17项.

8.A

提示:只有第6项的二项式系数最大,则 $n=10$.

$T_{r+1}=C_{10}^r(\sqrt{x})^{10-r}\left(\frac{2}{x^2}\right)^r=2^rC_{10}^rx^{5-\frac{5}{2}r}$,

令 $5-\frac{5}{2}r=0$,则 $r=2$,

所以常数项为 $T_3=4C_{10}^2=180$.

9.C

提示:通项公式为 $T_{r+1}=2^rC_7^rx^{7-r}y^r$.设第 $r+1$ 项的系数最大,则$\begin{cases}2^{r-1}C_7^{r-1}\leqslant2^rC_7^r,\\2^rC_7^r\geqslant2^{r+1}C_7^{r+1},\end{cases}$可得$\frac{13}{3}\leqslant r\leqslant\frac{16}{3}$,所以 $r=5$.故系数最大的项是 $T_6=2^5C_7^5x^2y^5=672x^2y^5$.

10.B

提示:在$(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n^nb^n$中,令 $a=1$,$b=2$,得$(1+2)^n=729$,则 $3^n=729$,解得 $n=6$.所以 $C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=C_6^1+C_6^2+\cdots+C_6^6=(C_6^0+C_6^1+C_6^2+\cdots+C_6^6)-C_6^0=2^6-1=63$.

11.B

提示:由已知,得 $a=2^3=8$,$b=m^0+1=2$,所以$(bx+3y)^3\cdot\left(x+\frac{1}{4}ay\right)^5=(2x+y)^3\cdot(x+2y)^5$,其通项公式为 $T_{r+1}\cdot T_{k+1}=C_3^r(2x)^{3-r}y^r\cdot C_5^kx^{5-k}(2y)^k=2^{3+k-r}C_3^r\cdot C_5^kx^{8-r-k}y^{r+k}$.令 $r+k=2$,得 $r=0,k=2$;或 $r=1,k=1$;或 $r=2,k=0$.所以展开式中 x^6y^2 的系数为 $2^5\times C_3^0\times C_5^2+2^3\times C_3^1\times C_5^1+2\times C_3^2\times C_5^0=446$.

12.B

提示:将$(a+b+c)^{10}$展开合并同类项后,每一项都是 $ma^xb^yc^z$ 的形式,其中 $m\in\mathbf{R}$,$x,y,z\in\mathbf{N}$,且 $x+y+z=10$,即$(x+1)+(y+1)+(z+1)=13$.因此问题转化为求 $x+y+z=13$ 的正整数解的个数,进而转化为有13个相同的小球,在12个空隙中插入2个挡板,每一种插板的方式对应一组正整数解,因此共有 $C_{12}^2=66$ 种.故选B.

二、填空题

13.5和6

14.7

提示:$T_{r+1}=C_9^r(x^2)^{9-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r=C_9^rx^{18-3r}$.依题意,需使 $18-3r\geqslant0$,故 $r\leqslant6$,即 $r=0,1,2,3,4,5,6$,共7项.

15.0

提示:令 $x=-2$,得 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_9=(-2+1)^4\times(-2+2)^5=0$.所以$(a_0+a_2+a_4+a_6+a_8)^2-(a_1+a_3+a_5+a_7+a_9)^2=(a_0+a_1+a_2+\cdots+a_8+a_9)(a_0-a_1+a_2-\cdots+a_8-a_9)=0$.

16.0

提示:$a=1+3+3^2+\cdots+3^{99}$

$=\frac{1-3^{100}}{1-3}=\frac{3^{100}-1}{2}=\frac{(4-1)^{100}-1}{2}$

$=\frac{4^{100}+C_{100}^1\times4^{99}\times(-1)+\cdots+C_{100}^{99}\times4^1\times(-1)^{99}+(-1)^{100}-1}{2}$

$=\frac{4^{100}+C_{100}^1\times4^{99}\times(-1)+\cdots+100\times4\times(-1)}{2}$,

因此 $2a$ 除以4的余数为0.

三、解答题

17.**解**:所求x^3的系数为

$C_3^3+C_4^3+C_5^3+\cdots+C_{20}^3=(C_4^4+C_4^3)+C_5^3+\cdots+C_{20}^3$

$=(C_5^4+C_5^3)+C_6^3+\cdots+C_{20}^3=(C_6^4+C_6^3)+\cdots+C_{20}^3$

$=\cdots$

$=C_{20}^4+C_{20}^3=C_{21}^4$,

所以展开式中x^3的系数是$C_{21}^4=5985$.

18.**解**:(1)由题得$2C_n^1=\frac{1}{5}\times2^2C_n^2$,解得 $n=6$.

(2)由(1)知二项式系数最大的项为第4项,$T_4=C_6^3x^3\cdot2^3=160x^3$.

19.**解**:由二项式系数的性质知,二项展开式中偶数项的二项式系数之和为$2^{n-1}=256$,解得$n=9$.

所以$T_{r+1}=C_9^r\times(\sqrt{x})^{9-r}\times\left(-\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^r=C_9^r\times(-2)^r\times x^{\frac{27-7r}{6}}$,

令$\frac{27-7r}{6}=1$,解得$r=3$.

所以x的二项式系数为$C_9^3=84$,

系数为$C_9^3\times(-2)^3=84\times(-8)=-672$.

20.**解**:(1)$C_{n+1}^r=C_n^{r-1}+C_n^r$.

(2)$1+2+2^2+\cdots+2^n=\frac{1-2^{n+1}}{1-2}=2^{n+1}-1$.

(3)能出现满足条件的三个连续的数,证明如下:

设 $C_n^{r-1}:C_n^r:C_n^{r+1}=3:4:5$,由 $C_n^{r-1}:C_n^r=3:4$,化简得 $3n-7r+3=0$; ①

由 $C_n^r:C_n^{r+1}=4:5$,化简得 $4n-9r-5=0$. ②

联立①②,解得 $n=62$,$r=27$.故在杨辉三角的第62行能出现三个连续的数 C_{62}^{26},C_{62}^{27},C_{62}^{28},使它们的比是3:4:5.

21.**解**:(1)令 $x=1$,得 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{2017}=(-1)^{2017}=-1$.

(2)令 $x=-1$,得 $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_{2017}=3^{2017}$.

结合(1)得 $2(a_1+a_3+\cdots+a_{2017})=-1-3^{2017}$,所以 $a_1+a_3+\cdots+a_{2017}=-\frac{1+3^{2017}}{2}$.

(3)由通项公式易知 $a_{2k}>0$,$a_{2k+1}<0$ $(k\in\mathbf{N})$,

所以$|a_0|+|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{2017}|=a_0-a_1+a_2-\cdots-a_{2017}=3^{2017}$.

22.**解**:假设存在等差数列$\{a_n\}$满足要求,且 $a_n=a_1+(n-1)d$.

因为 $C_n^1=nC_{n-1}^0$,$2C_n^2=nC_{n-1}^1$,$\cdots$,$nC_n^n=nC_{n-1}^{n-1}$,

所以 $a_1C_n^0+a_2C_n^1+a_3C_n^2+\cdots+a_{n+1}C_n^n=a_1(C_n^0+C_n^1+\cdots+C_n^n)+d(C_n^1+2C_n^2+\cdots+nC_n^n)=a_1\cdot2^n+nd(C_{n-1}^0+C_{n-1}^1+\cdots+C_{n-1}^{n-1})=a_1\cdot2^n+nd\cdot2^{n-1}$.

所以 $a_1\cdot2^n+nd\cdot2^{n-1}=n\cdot2^n$,

即 $2a_1+n(d-2)=0$ 对 $n\in\mathbf{N}_+$恒成立,

所以 $a_1=0$,$d=2$.故满足要求的等差数列$\{a_n\}$存在,其通项公式为 $a_n=2(n-1)$.