答案页第 6 期

数学·高考版(理)第 21 期

第 2~3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C　2.A　3.B　4.B　5.B　6.C

7.A　8.C　9.C　10.C　11.C

12.B

提示:由归纳推理,知函数 $y=x+\frac{3^m}{x}$ $(x>0)$在$(0,\sqrt{3^m}]$上是减函数,在$[\sqrt{3^m},+\infty)$上为增函数,所以当 $x=\sqrt{3^m}$时,y 有最小值,即$\sqrt{3^m}+\frac{3^m}{\sqrt{3^m}}=6$,解得 m=2.故选 B.

二、填空题

13.-2　14.F+V-E=2　15.3

16.5

提示:由题意得相同码元运算后为 0,不同码元运算后为 1.将 1101101 用校验方程组验证.由 $x_4\oplus x_5\oplus x_6\oplus x_7=1$ 可判断后 4 位码元出错;由 $x_2\oplus x_3\oplus x_6\oplus x_7=0$ 可判断后 2 位码元没错,即出错的是第 4 位码元或第 5 位码元;由 $x_1\oplus x_3\oplus x_5\oplus x_7=1$ 可判断出错的是第 5 位码元.

综上,k=5.

三、解答题

17.解:(1)由 z 是实数,得

$\begin{cases}m^2-2m-2>0,\\m^2+3m+2=0,\end{cases}$

解得 m=-2,或 m=-1.

即 m=-2,或 m=-1 时,z 是实数.

(2)由 z 是纯虚数,得

$\begin{cases}m^2-2m-2=1,\\m^2+3m+2\neq0,\end{cases}$

解得 m=3.

即 m=3 时,z 是纯虚数.

(3)由 z 对应的点位于复平面的第一象限,得$\begin{cases}m^2-2m-2>1,\\m^2+3m+2>0,\end{cases}$

解得 m>3,或 m<-2.

即 m>3,或 m<-2 时,z 对应的点位于复平面的第一象限.

18.解:(1)本程序所用的循环语句是 WHILE 语句,其功能是求 $1^2+2^2+3^2+\cdots+9^2$ 的值.

(2)UNTIL 程序:

```
k=1
sum=0
DO
  sum=sum+k^2
  k=k+1
LOOP UNTIL k>9
PRINT sum
END
```

19.解:(1)$z_1=i(1-i)^3=i(-2i)(1-i)=2-2i$.

所以$|z_1|=\sqrt{2^2+(-2)^2}=2\sqrt{2}$.

(2)因为$|z|=1$,

所以设 $z=\cos\theta+i\sin\theta(\theta\in R)$,

则$|z-z_1|=|\cos\theta+i\sin\theta-2+2i|$

$=\sqrt{(\cos\theta-2)^2+(\sin\theta+2)^2}$

$=\sqrt{9+4\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)}$.

当 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=1$ 时,$|z-z_1|^2$ 取得最大值,最大值为$\sqrt{9+4\sqrt{2}}$,即$|z-z_1|$的最大值为 $2\sqrt{2}+1$.

20.(1)**证明:**因为$\lambda=\sqrt{3}$,

所以 $a+b=\sqrt{3}c$.

由正弦定理,得 $\sin A+\sin B=\sqrt{3}\sin C$.

因为 $C=\frac{\pi}{3}$,

所以 $\sin B+\sin\left(\frac{2\pi}{3}-B\right)=\frac{3}{2}$,

$\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B=\frac{3}{2}$,

所以$\frac{3}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B=\frac{3}{2}$,

则 $\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$,从而 $B+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$或 $B+\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$,所以 $B=\frac{\pi}{6}$或 $B=\frac{\pi}{2}$.

若 $B=\frac{\pi}{6}$,则 $A=\frac{\pi}{2}$,△ABC 为直角三角形;

若 $B=\frac{\pi}{2}$,△ABC 亦为直角三角形.

(2)**解:**因为$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{9}{8}\lambda^2$,

所以$\frac{1}{2}ab=\frac{9}{8}\lambda^2$,所以 $ab=\frac{9}{4}\lambda^2$.

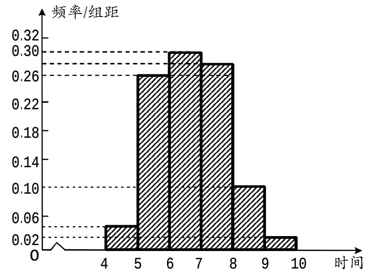
又 $a+b=3\lambda$,由余弦定理,知 $a^2+b^2-c^2=2ab\cdot\cos C$,

即 $a^2+b^2-ab=c^2=9$,即$(a+b)^2-3ab=9$,

所以 $9\lambda^2-\frac{27}{4}\lambda^2=9$,

所以 $\lambda^2=4$,又 $\lambda>1$,解得 $\lambda=2$.

21.解:(1)频率分布直方图如图所示.



(第 21 题图)

(2)睡眠时间小于 8 小时的频率是

P=0.04+0.26+0.30+0.28=0.88.

(3)首先要理解循环结构图的含义,输入 m_i,f_i 的值后,由赋值语句:$S=S+m_i\cdot f_i$可知,流程图进入一个求和状态,令 $a_i=m_i\cdot f_i(i=1,2,\cdots,6)$,数列$\{a_i\}$的前 i 项和为 T_i,即 $T_6=4.5\times0.04+5.5\times0.26+6.5\times0.30+7.5\times0.28+8.5\times0.10+9.5\times0.02=6.70$,则输出的 S 为 6.70.S 的统计意义即是指参加调查者的平均睡眠时间,从统计量的角度来看,即是睡眠时间的期望值.

22.解:(1)因为 b=1,

所以 $a_2=\sqrt{a_1^2-2a_1+2}+1=2$,

$a_3=\sqrt{a_2^2-2a_2+2}+1=\sqrt{2}+1$.

由 $a_{n+1}=\sqrt{a_n^2-2a_n+2}+1$,

得$(a_{n+1}-1)^2=(a_n-1)^2+1$.

从而$\{(a_n-1)^2\}$是首项为 0,公差为 1 的等差数列,

故$(a_n-1)^2=n-1$,

即 $a_n=\sqrt{n-1}+1(n\in\mathbf{N}_+)$.

(2)设 $f(x)=\sqrt{(x-1)^2+1}-1$,

则 $a_{n+1}=f(a_n)$.

令 $c=f(c)$,即 $c=\sqrt{(c-1)^2+1}-1$,

解得 $c=\frac{1}{4}$.

下面用数学归纳法证明 $a_{2n}<c<a_{2n+1}<1$.

①当 $n=1$ 时,

$a_2=f(1)=0$,$a_3=f(0)=\sqrt{2}-1$,

所以 $a_2<\frac{1}{4}<a_3<1$,结论成立.

②假设 $n=k(k\geqslant1)$时结论成立,

即 $a_{2k}<c<a_{2k+1}<1$.

因为 $f(x)$在$(-\infty,1]$上为减函数,

所以 $c=f(c)>f(a_{2k+1})>f(1)=a_2$,

即 $1>c>a_{2k+2}>a_2$,

故由 $f(x)$在$(-\infty,1]$上为减函数得 $c=f(c)<f(a_{2k+2})<f(a_2)=a_3<1$,

故 $c<a_{2k+3}<1$,因此 $a_{2(k+1)}<c<a_{2(k+1)+1}<1$.

这就是说,当 $n=k+1$ 时结论成立.

综上,由①②可知,存在实数 $c=\frac{1}{4}$,使得 $a_{2n}<c<a_{2n+1}$对所有 $n\in N_+$都成立.

数学·高考版(理)第22期

第2~3版同步周测题参考答案

一、选择题

1~6.DDBCBD　7~12.CDCBDD

二、填空题

13.6

14.乙

15.不能

16.185

提示:设x表示父亲的身高,y表示儿子的身高，则y随x的变化情况如下表:

x	173	170	176
y	170	176	182

求得线性回归方程为y=x+3，当x=182时,y=185.

三、解答题

17.**解**:(1)由题意可得

$\frac{x}{63}=\frac{y}{27}=\frac{2}{18}$,

所以x=7,y=3.

(2) 记从中层抽取的3人为b_1,b_2,b_3，从高管抽取的2人为c_1,c_2，则从中层、高管抽取的人员中选2人的基本事件有 $(b_1,b_2),(b_1,b_3),(b_1,c_1),(b_1,c_2),(b_2,b_3),(b_2,c_1),(b_2,c_2),(b_3,c_1),(b_3,c_2),(c_1,c_2)$,共10种.

设选中的2人都来自中层的事件为A,则A包含的基本事件有$(b_1,b_2),(b_1,b_3),(b_2,b_3)$,共3种.

因此$P(A)=\frac{3}{10}=0.3$.

故选中的2人都来自中层的概率为0.3.

18.**解**:(1)由茎叶图,得

$\frac{159+168+170+170+x+176+182+187+191}{8}=176$,

$\frac{160+y+169}{2}=168$.

解得x=5,y=7.

(2)由题意可得,“高精灵”有8人,“帅精灵”有12人,则从“高精灵”和“帅精灵”中抽取的人数分别为$8\times\frac{5}{20}=2$,$12\times\frac{5}{20}=3$.

记抽取的“高精灵”分别为b_1,b_2,“帅精灵”分别为c_1,c_2,c_3,

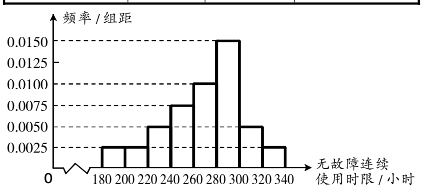
从已经抽取的5人中任选2人的所有可能为:$(b_1,b_2),(b_1,c_1),(b_1,c_2),(b_1,c_3),(b_2,c_1),(b_2,c_2),(b_2,c_3),(c_1,c_2),(c_1,c_3),(c_2,c_3)$,共10种,设从这5人中选2人,至少有一人为“高精灵”为事件A,则A包含的基本事件有$(b_1,b_2),(b_1,c_1),(b_1,c_2),(b_1,c_3),(b_2,c_1),(b_2,c_2),(b_2,c_3)$,共7种.

所以$P(A)=\frac{7}{10}$.

因此,如果用分层抽样的方法从“高精灵”和“帅精灵”中抽取5人,再从这5人中选2人,至少有一人为“高精灵”的概率为$\frac{7}{10}$.

19.**解**:(1)频率分布表及频率分布直方图如下所示:

分组	频数	频率	频率/组距
[180,200)	1	0.05	0.0025
[200,220)	1	0.05	0.0025
[220,240)	2	0.10	0.0050
[240,260)	3	0.15	0.0075
[260,280)	4	0.20	0.0100
[280,300)	6	0.30	0.0150
[300,320)	2	0.10	0.0050
[320,340)	1	0.05	0.0025
合计	20	1.00	0.05



(第19题图)

(2)由题意可得8×(0.30+0.10+0.05)=3.6,所以估计8万台电风扇中有3.6万台无故障连续使用时限不低于280小时.

(3)由频率分布直方图可知$\bar{x}$=190×0.05+210×0.05+230×0.10+250×0.15+270×0.20+290×0.30+310×0.10+330×0.05=269(小时),所以估计样本的平均无故障连续使用时限为269小时.

20.**解**:(1)最高小矩形下底边的中点值为75,估计评估得分的众数为75分.

直方图中从左至右第一、三、四个小矩形的面积分别为0.28,0.16,0.08,则第二个小矩形的面积为1-0.28-0.16-0.08=0.48,所以$\bar{x}$=65×0.28+75×0.48+85×0.16+95×0.08=75.4.

估计该商业集团各连锁店评估得分的平均数为75.4.

(2)A等级的频数为25×0.08=2,记这两家分别为a,b;

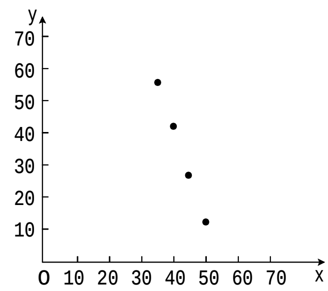
B等级的频数为25×0.16=4,记这四家分别为c,d,e,f.

从这6家连锁店中任选2家，共有(a,b),(a,c),(a,d),(a,e),(a,f),(b,c),(b,d),(b,e),(b,f),(c,d),(c,e),(c,f),(d,e),(d,f),(e,f),共15种选法.

其中至少选1家A等级的选法有(a,b),(a,c),(a,d),(a,e),(a,f),(b,c),(b,d),(b,e),(b,f),共9种,

所以$P=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$,故至少选一家A等级的概率为$\frac{3}{5}$.

21.**解**:(1)散点图如图所示,从图中可以看出这些点大致分布在一条直线附近,因此两个变量线性相关.



(第21题图)

设回归直线方程为$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$,

由题知$\bar{x}=42.5$,$\bar{y}=34$,

则求得$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2}\approx-3$,

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=34-(-3)\times42.5=161.5$.

所以$\hat{y}=-3x+161.5$.

(2)依题意有

$P=(-3x+161.5)(x-30)$

$=-3x^2+251.5x-4845$

$=-3\left(x-\frac{503}{12}\right)^2+\frac{20449}{48}$.

所以当$x=\frac{503}{12}\approx42$时,P有最大值,约为426.

故预测销售单价为42元时,能获得最大日销售利润.

22.**解**:(1)旧养殖法的箱产量低于50kg的频率为(0.012+0.014+0.024+0.034+0.040)×5=0.62.

因此,事件A的概率估计值为0.62.

(2)根据箱产量的频率分布直方图得列联表

	箱产量<50kg	箱产量≥50kg
旧养殖法	62	38
新养殖法	34	66

$K^2=\frac{200\times(62\times66-34\times38)^2}{100\times100\times96\times104}\approx15.705$.

由于15.705>6.635,故有99%的把握认为箱产量与养殖方法有关.

(3)箱产量的频率分布直方图表明:新养殖法的箱产量平均值(或中位数)在50kg到55kg之间,旧养殖法的箱产量平均值(或中位数)在45kg到50kg之间,且新养殖法的箱产量分布集中程度较旧养殖法的箱产量分布集中程度高,因此,可以认为新养殖法的箱产量较高且稳定,从而新养殖法优于旧养殖法.

数学·高考版(理)第23期

第2~3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B 2.C 3.D 4.A 5.A 6.D 7.B 8.A 9.C 10.B 11.C 12.C

提示:设该同学没有投进的次数为ξ,则$\xi\sim B(10,0.4)$,$E(\xi)=10\times0.4=4$.又$X=2\xi$,所以$E(X)=2E(\xi)=2\times4=8$.故选C.

二、填空题

13.16,4 14.1.96 15.660 16.②④

提示:易知A_1,A_2,A_3是两两互斥事件,而$P(B)=P(B|A_1)+P(B|A_2)+P(B|A_3)=\frac{5}{10}\times\frac{5}{11}+\frac{2}{10}\times\frac{4}{11}+\frac{3}{10}\times\frac{4}{11}=\frac{9}{22}$,所以①、⑤错误;②中由于从甲中取出一个红球给乙,所以B中红球共计5个,$P(B|A_1)=\frac{5}{11}$,所以②正确;由上述事件知事件B与事件A_1不是相互独立事件,故③错误;④中A_1,A_2,A_3是两两互斥事件,故④正确.

三、解答题

17.解:(1)设事件A为“从中任选1人获得优惠金额不低于300元”,

则$P(A)=\frac{150+100}{50+150+100}=\frac{5}{6}$.

(2)设事件B为“从这6人中选出2人,他们获得相等优惠金额”.由题意按分层抽样方式选出的6人中,获得优惠200元的有1人,获得优惠500元的有3人,获得优惠300元的有2人,分别记为a_1,b_1,b_2,b_3,c_1,c_2,从中选出2人的所有基本事件如下:$a_1b_1,a_1b_2,a_1b_3,a_1c_1,a_1c_2,b_1b_2,b_1b_3,b_1c_1,b_1c_2,b_2b_3,b_2c_1,b_2c_2,b_3c_1,b_3c_2,c_1c_2$,共15个.

其中使得事件B成立的有$b_1b_2,b_1b_3,b_2b_3,c_1c_2$,共4个.

所以$P(B)=\frac{4}{15}$.

18.解:(1)$P_1=\frac{C_3^1\cdot C_7^3}{C_{10}^4}=\frac{1}{2}$,

所以这4人中恰好有1人是志愿者的概率为$\frac{1}{2}$.

(2)$P_2=C_4^1\left(\frac{3}{10}\right)^1\cdot\left(\frac{7}{10}\right)^3=0.4116$,

所以这4人中恰好有1人是志愿者的概率为0.4116.

(3)$P_1>P_3>P_2$.

19.解:(1)记甲、乙运动员击中n环分别为事件A_n、B_n($n=1,2,3,\cdots,10$),甲运动员击中的环数不少于9环为事件$A_9\cup A_{10}$,乙运动员击中的环数不少于9环为事件$B_9\cup B_{10}$,根据已知事件A_9与事件A_{10}互斥,事件B_9与事件B_{10}互斥,事件$A_9\cup A_{10}$与$B_9\cup B_{10}$相互独立.

$P(A_9\cup A_{10})=P(A_9)+P(A_{10})=1-0.2-0.15=0.65$,

$P(B_9\cup B_{10})=P(B_9)+P(B_{10})=0.2+0.35=0.55$.

所以甲、乙两名射击运动员击中的环数都不少于9环的概率等于$0.65\times0.55=0.3575$.

(2)设甲、乙两名射击运动员击中的环数分别为随机变量X、Y,根据已知得X、Y的可能取值为:7,8,9,10.

甲运动员射击环数X的概率分布列为:

X	7	8	9	10
P	0.2	0.15	0.3	0.35

甲运动员射击环数X的均值$E(X)=7\times0.2+8\times0.15+9\times0.3+10\times0.35=8.8$.

乙运动员射击环数Y的概率分布列为:

Y	7	8	9	10
P	0.2	0.25	0.2	0.35

乙运动员射击环数Y的均值$E(Y)=7\times0.2+8\times0.25+9\times0.2+10\times0.35=8.7$.

因为$E(X)>E(Y)$,所以从随机变量均值意义的角度看,选甲去比较合适.

20.解:(1)甲、乙所付费用可以为100元、200元、300元.

甲、乙两人所付费用都是100元的概率为$P_1=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$;

甲、乙两人所付费用都是200元的概率为$P_2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$;

甲、乙两人所付费用都是300元的概率为$P_3=\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{36}$.

故甲、乙两人所付费用相等的概率为$P=P_1+P_2+P_3=\frac{13}{36}$.

(2)随机变量ξ的取值可以为200,300,400,500,600.

$P(\xi=200)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$;

$P(\xi=300)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{13}{36}$;

$P(\xi=400)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}+\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{11}{36}$;

$P(\xi=500)=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{5}{36}$;

$P(\xi=600)=\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{36}$.

故ξ的分布列为:

ξ	200	300	400	500	600
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{13}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{36}$

所以ξ的数学期望是

$E(\xi)=200\times\frac{1}{6}+300\times\frac{13}{36}+400\times\frac{11}{36}+500\times\frac{5}{36}+600\times\frac{1}{36}=350$.

21.解:(1)由题意甲抽奖一次,基本事件总数是$C_{10}^3=120$,奖金ξ的可能取值是0,30,60,240.

所以$P(\xi=240)=\frac{1}{120}$,

$P(\xi=60)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}$,

$P(\xi=30)=\frac{7\times2+6\times7}{120}=\frac{7}{15}$,

$P(\xi=0)=1-\frac{1}{120}-\frac{1}{15}-\frac{7}{15}=\frac{11}{24}$.

所以变量ξ的分布列为

ξ	0	30	60	240
P	$\frac{11}{24}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{120}$

所以$E(\xi)=0\times\frac{11}{24}+30\times\frac{7}{15}+60\times\frac{1}{15}+240\times\frac{1}{120}=20$.

(2)由(1)可得乙抽奖一次中奖的概率是$1-\frac{11}{24}=\frac{13}{24}$,四次抽奖是相互独立的,

所以中奖次数$\eta\sim B\left(4,\frac{13}{24}\right)$,

所以$D(\eta)=4\times\frac{13}{24}\times\frac{11}{24}=\frac{143}{144}$.

22.解:(1)抽取的一个零件的尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之内的概率为0.9974,从而零件的尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的概率为0.0026,故$X\sim B(16,0.0026)$.因此$P(X\geqslant1)=1-P(X=0)=1-0.9974^{16}\approx0.0408$.

X的数学期望为$E(X)=16\times0.0026=0.0416$.

(2)(i)如果生产状态正常,一个零件尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的概率只有0.0026,一天内抽取的16个零件中,出现尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的概率只有0.0408,发生的概率很小.因此一旦发生这种情况,就有理由认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况,需对当天的生产过程进行检查,可见上述监控生产过程的方法是合理的.

(ii)由$\bar{x}=9.97$,$s\approx0.212$,得μ的估计值为$\hat{\mu}=9.97$,σ的估计值为$\hat{\sigma}=0.212$,由样本数据可以看出有一个零件的尺寸在$(\hat{\mu}-3\hat{\sigma},\hat{\mu}+3\hat{\sigma})$之外,因此需对当天的生产过程进行检查.

剔除$(\hat{\mu}-3\hat{\sigma},\hat{\mu}+3\hat{\sigma})$之外的数据9.22,剩下数据的平均数为$\frac{1}{15}\times(16\times9.97-9.22)=10.02$,

因此μ的估计值为10.02.

$$\sum_{i=1}^{16}x_i^2=16\times0.212^2+16\times9.97^2\approx1591.134.$$

剔除$(\hat{\mu}-3\hat{\sigma},\hat{\mu}+3\hat{\sigma})$之外的数据9.22,剩下数据的样本方差为

$\frac{1}{15}\times(1591.134-9.22^2-15\times10.02^2)\approx0.008$,

因此σ的估计值为$\sqrt{0.008}\approx0.09$.

数学·高考版(理)第24期

第2~3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.B　2.B　3.D　4.D　5.B　6.B　7.C　8.B　9.A　10.D　11.B

12.D

提示：将圆的参数方程化为$(x-1)^2+y^2=a^2$，和$4x^2+9y^2=36$联立消去y，得$5x^2-18x+45-9a^2=0$，由$\Delta\geqslant0$，解得$a\geqslant\frac{4\sqrt{5}}{5}$，或$a\leqslant-\frac{4\sqrt{5}}{5}$.又$a^2=(x-1)^2+y^2$表示点$(x,y)$到$(1,0)$的距离的平方，x,y满足$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$，所以它的最大值是16，所以$-4\leqslant a\leqslant4$.

综上所述，

$a\in\left[-4,-\frac{4\sqrt{5}}{5}\right]\cup\left[\frac{4\sqrt{5}}{5},4\right]$.

二、填空题

13.$\rho=4\sin\theta$

14.$\left(\frac{\sqrt{2}}{3},\frac{\pi}{2}\right)$，$\left(\frac{\sqrt{2}}{3},-\frac{\pi}{2}\right)$

15.$\frac{9x^2}{25}+\frac{9y^2}{16}=1(y\neq0)$

16.16

三、解答题

17.解：$|OA|=2$，$|OB|=4$，$\angle AOB=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$，

所以$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times2\times4\times\sin\frac{2\pi}{3}=2\sqrt{3}$.

又$\angle AOB$为钝角，所以点D在AO的延长线上，且$\angle BOD=\frac{\pi}{3}$，故$|OD|=\frac{1}{2}|OB|=2$，所以点D的极坐标为$\left(2,\frac{7\pi}{6}\right)$.

18.解：(1)由题意知，直线l的直角坐标方程为$2x-y-6=0$.

因为曲线C_2的直角坐标方程为

$\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{y}{2}\right)^2=1$，

所以曲线C_2的参数方程为：

$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\theta,\\y=2\sin\theta\end{cases}$($\theta$为参数).

(2)设点P的坐标为$(\sqrt{3}\cos\theta,2\sin\theta)$，则点P到直线l的距离为

$d=\frac{|2\sqrt{3}\cos\theta-2\sin\theta-6|}{\sqrt{5}}$

$=\frac{\left|4\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)-6\right|}{\sqrt{5}}$，

所以当$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=-1$，

即$\theta=\frac{5\pi}{6}+2k\pi,k\in Z$时，d取最大值，

此时点$P\left(-\frac{3}{2},1\right)$，$d_{max}=\frac{|4+6|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$.

19.解：(1)由题意，得点A,B,C,D的极坐标为$\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$，$\left(2,\frac{5\pi}{6}\right)$，$\left(2,\frac{4\pi}{3}\right)$，$\left(2,\frac{11\pi}{6}\right)$，

所以$A\left(2\cos\frac{\pi}{3},2\sin\frac{\pi}{3}\right)$，

$B\left(2\cos\frac{5\pi}{6},2\sin\frac{5\pi}{6}\right)$，

$C\left(2\cos\frac{4\pi}{3},2\sin\frac{4\pi}{3}\right)$，

$D\left(2\cos\frac{11\pi}{6},2\sin\frac{11\pi}{6}\right)$，

即$A(1,\sqrt{3})$，$B(-\sqrt{3},1)$，$C(-1,-\sqrt{3})$，$D(\sqrt{3},-1)$.

(2)设$P(x_0,y_0)$，则$\begin{cases}x_0=2\cos\varphi,\\y_0=3\sin\varphi\end{cases}$($\varphi$为参数).

令$S=|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2$，

则$S=(2\cos\varphi-1)^2+(3\sin\varphi-\sqrt{3})^2+(2\cos\varphi+\sqrt{3})^2+(3\sin\varphi-1)^2+(2\cos\varphi+1)^2+(3\sin\varphi+\sqrt{3})^2+(2\cos\varphi-\sqrt{3})^2+(3\sin\varphi+1)^2=32+20\sin^2\varphi$.

因为$0\leqslant\sin^2\varphi\leqslant1$，

所以S的取值范围是$[32,52]$.

20.解：(1)C_1：$(x+4)^2+(y-3)^2=1$，

C_2：$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$.

C_1为圆心是$(-4,3)$，半径是1的圆；

C_2为中心是坐标原点，焦点在x轴上，长半轴长是6，短半轴长是2的椭圆.

(2)当$t=\frac{\pi}{2}$时，$P(-4,4)$，

设$Q(6\cos\theta,2\sin\theta)$，

故$M(-2+3\cos\theta,2+\sin\theta)$.

C_3为直线$x+\sqrt{3}y+6\sqrt{3}=0$.

点M到C_3的距离

$d=\frac{|-2+3\cos\theta+2\sqrt{3}+\sqrt{3}\sin\theta+6\sqrt{3}|}{\sqrt{1^2+3}}$

$=\left|4\sqrt{3}+\sqrt{3}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)-1\right|$，

从而当$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=-1$时，

d取最小值$3\sqrt{3}-1$.

21.解：(1)圆锥曲线即椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，

所以$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$.

所以直线AF_2的斜率$k=-\sqrt{3}$.

故直线l的斜率$k_1=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

则倾斜角$\alpha=30°$.

所以直线l的参数方程是

$\begin{cases}x=-1+t\cos30°,\\y=t\sin30°,\end{cases}$

即$\begin{cases}x=-1+\frac{\sqrt{3}}{2}t,\\y=\frac{1}{2}t\end{cases}$($t$为参数).

(2)由直线AF_2的斜率$k=-\sqrt{3}$，得其倾斜角是120°.

设$P(\rho,\theta)$是直线AF_2上任一点，由正弦定理，得$\frac{\rho}{\sin60°}=\frac{1}{\sin(120°-\theta)}$，

化简，得直线AF_2的极坐标方程是

$\sqrt{3}\rho\cos\theta+\rho\sin\theta-\sqrt{3}=0$.

22.解：(1)对于曲线C_1有$\frac{x-2}{y+1}=\frac{-\sqrt{2}t}{\sqrt{2}t}$，

所以$\frac{x-2}{y+1}=-1$，所以$x+y=1$.

对于曲线C_2有$\rho^2=\frac{4}{1+3\sin^2\theta}$，

所以$\rho^2+3\rho^2\cdot\sin^2\theta=4$，

所以$x^2+y^2+3y^2=4$，所以$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

(2)显然曲线C_1：$x+y=1$，则其参数方程可写为$\begin{cases}x=2-\frac{\sqrt{2}}{2}\alpha\\y=-1+\frac{\sqrt{2}}{2}\alpha\end{cases}$($\alpha$为参数)，与曲线$C_2$：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$联立，可得$5\alpha^2-12\sqrt{2}\alpha+8=0$，可知$\Delta>0$，所以$C_1$与$C_2$存在两个交点.

由$\alpha_1+\alpha_2=\frac{12\sqrt{2}}{5}$，$\alpha_1\alpha_2=\frac{8}{5}$，

得两交点间的距离为

$d=|\alpha_1-\alpha_2|=\sqrt{(\alpha_1+\alpha_2)^2-4\alpha_1\alpha_2}=\frac{8\sqrt{2}}{5}$.