

数学·高考版(文)

第3期

第2~3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.D 2.D 3.C 4.C 5.B 6.D 7.D

8.D 9.D 10.D 11.A

12.D

提示:当 $x \leq 0$ 时, $\log_a x$ 无意义,所以命题 p 为假命题,则 $\neg p$ 为真命题.当 $x > 0$ 时,

$$F(x) = \frac{1}{x} + x \geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot x} = 2$$
,当且仅当 $\frac{1}{x} = x$,即 $x=1$ 时取等号;当 $x \leq 0$ 时, $F(x) = e^x + x$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递增,所以 $F(x) \leq F(0) = 1$.
 综上, $F(x)$ 的值域为 $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$,所以命题 q 为真命题.所以 $(\neg p) \wedge q$ 为真命题.故选 D.

二、填空题

13.-1;0

提示:由集合相等的定义,得

$$\begin{cases} 1=a^2, \\ b=ab, \end{cases} \text{ ①或 } \begin{cases} 1=ab, \\ b=a^2, \end{cases} \text{ ②}$$

$$\text{解①得 } \begin{cases} a=1, \\ b \in \mathbb{R}, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-1, \\ b=0, \end{cases}$$

$$\text{解②得 } \begin{cases} a=1, \\ b=1. \end{cases}$$

由集合元素的互异性知, $a \neq 1$,

所以 $a=-1, b=0$.

14.假

提示:命题 P 的否命题是“若 $\sqrt{ac} \neq b$,则 a, b, c 不成等比数列”是假命题,如 $a=c=1, b=-1$ 满足 $\sqrt{ac} \neq b$,但 a, b, c 成等比数列.

15. $\{a | a \leq -2, \text{ 或 } a=1\}$

提示: p :“对任意的 $x \in [1, 2], x^2 - a \geq 0$ 恒成立” $\Leftrightarrow a \leq (x^2)_{\min} = 1$; q :“存在 $x \in \mathbb{R}, x^2 + 2ax + 2 - a = 0$ ” $\Leftrightarrow \Delta = 4a^2 - 4(2-a) \geq 0 \Leftrightarrow a \leq -2$,或 $a \geq 1$.若命题“ $p \wedge q$ ”是真命题,则 p, q 都为真命题,所以 $a \leq -2$,或 $a=1$.

16.(0,2)

提示:由题意可知 $a^2, 2a, a^2+1, 2a+1$ 中 $2a+1$ 最大,因为 $a^2+1 \geq 2a, a^2+1 > a^2$,所以只需 $2a+1 > a^2+1$,解得 $0 < a < 2$.

三、解答题

17.解:由 $\complement_U A = \{5\}$,得 $a^2 - 2a - 3 = 5$,解得 $a = -2$,或 $a = 4$.

若 $a = -2$,则 $U = \{2, 3, 5\}, A = \{2, 9\}$,不符合题意,故舍去;

若 $a = 4$,则 $U = \{2, 3, 5\}, A = \{2, 3\}$,符合题意.

综上, $a = 4$.

18.解:因为 $\frac{1}{x-1} - 1 > 0$,所以 $1 < x < 2$,所以集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$,

因为 $-x^2 + 4ax - 3a^2 \geq 0, a > 0$,所以 $a \leq x \leq 3a$,所以集合 $B = \{x | a \leq x \leq 3a\}$.

(1)因为 $A \cup B = B$,所以 $A \subseteq B$,

$$\text{所以 } \begin{cases} a \leq 1, \\ 3a \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} \leq a \leq 1.$$

所以实数 a 的取值范围是 $[\frac{2}{3}, 1]$.

(2)由 $2^{x^2-6x+8} > 1$,得 $x^2 - 6x + 8 > 0$,得 $C = \{x | x < 2, \text{ 或 } x > 4\}$.

若 B ,则 C 为真命题,所以 $B \subseteq C$,

$$\text{所以 } \begin{cases} a > 0, \\ 3a < 2, \end{cases} \text{ 或 } a > 4,$$

解得 $0 < a < \frac{2}{3}$,或 $a > 4$.

所以实数 a 的取值范围是 $(0, \frac{2}{3}) \cup (4, +\infty)$.

19.解:(1)因为命题 $p: \frac{x^2}{m-1} + \frac{y^2}{m-4} = 1$ 表示双曲线为真命题,则

由 $(m-1)(m-4) < 0$,解得 $1 < m < 4$.

所以实数 m 的取值范围是 $(1, 4)$.

(2)因为命题 $q: \frac{x^2}{m-2} + \frac{y^2}{4-m} = 1$ 表示椭圆为真命题,

$$\text{所以 } \begin{cases} m-2 > 0, \\ 4-m > 0, \\ m-2 \neq 4-m. \end{cases}$$

所以 $2 < m < 3$,或 $3 < m < 4$,

因为 $\{m | 1 < m < 4\} \supsetneq \{m | 2 < m < 3, \text{ 或 } 3 < m < 4\}$,

所以命题 p 为真命题是命题 q 为真命题的必要不充分条件.

20.解:(1)由 $(x+3)(6-x) \leq 0$,得 $x \geq 6$,或 $x \leq -3$,

所以 $A = (-\infty, -3] \cup [6, +\infty)$.

由 $\log_2(x+2) < 4 = \log_2 2^4 = \log_2 16$,得 $0 < x+2 < 16$,所以 $B = (-2, 14)$,

于是 $\complement_U B = (-\infty, -2] \cup [14, +\infty)$.

故阴影部分为 $A \cap (\complement_U B) = (-\infty, -3] \cup [14, +\infty)$.

(2)因为 $C \subseteq B$,

所以 $C = \emptyset$ 或 $C \neq \emptyset$,则

①当 $C = \emptyset$ 时,则 $2a \geq a+1$,即 $a \geq 1$.

②当 $C \neq \emptyset$ 时,又 $C \subseteq B$,

$$\text{所以 } \begin{cases} 2a < a+1, \\ a+1 \leq 14, \\ 2a \geq -2, \end{cases} \text{ 解得 } -1 \leq a < 1.$$

综上所述,实数 a 的取值范围是 $[-1, +\infty)$.

21.解:(1)命题“ $\log_2(g(x)) \geq 1$ ”是真命题,则 $\log_2(g(x)) < 1$,

即 $\log_2(2^x - 2) < 1$,所以 $0 < 2^x - 2 < 2$,解得 $1 < x < 2$.

所以 x 的取值范围是 $(1, 2)$.

(2)因为 $p \wedge q$ 是真命题,则 p 和 q 都为真命题.

因为 p 是真命题,则 $g(x) < 0$ 的解集的补集是 $f(x) < 0$ 的解集的子集;

q 是真命题,则 $f(x) > 0$ 的解集与 $(-1, 0)$ 的交集非空.

①若 $g(x) = 2^x - 2 < 0$,则 $x < 1$.

又因为 $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) < 0$ 或 $f(x) < 0$,

所以 $[1, +\infty)$ 是 $f(x) < 0$ 的解集的子集.

又由 $f(x) = -(x+2)(x-m) < 0$ (其中 $m > -2$),解得 $x < -2$,或 $x > m$,所以 $m < 1$.

②因为当 $x \in (-1, 0)$ 时, $g(x) = 2^x - 2 < 0$,所以问题转化为 $\exists x \in (-1, 0)$,使得 $f(x) > 0$,即 $f(x) > 0$ 的解集与 $(-1, 0)$ 的交集非空.

即 $(-2, m) \cap (-1, 0) \neq \emptyset$,则 $m > -1$.

综合①②,可知满足条件的 m 的取值范围是 $(-1, 1)$.

22.解:(1)由 $q: (\lg x - t)[\lg x - (t+1)] \leq 0$,

得 $t \leq \lg x \leq t+1$,

所以 $10^t \leq x \leq 10^{t+1}$.

因为 $A = \{x | 10 \leq x \leq 100\}$,

所以 $t=1$.

(2)由 $|2^x - 3| < 1$,得 $1 < x < 2$.

设命题 p 表示的集合为 M ,

则 $M = \{x | 1 < x < 2\}$.

设命题 q 表示的集合为 N ,

则 $N = \{x | 10^t \leq x \leq 10^{t+1}\}$.

由题意知, $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件,

则 p 是 q 的充分不必要条件,

所以 $M \subsetneq N$.

$$\text{所以 } \begin{cases} 10^t \leq 1, \\ 10^{t+1} \geq 2, \end{cases} \text{ 解得 } \lg 2 - 1 \leq t \leq 0.$$

所以实数 t 的取值范围是 $[\lg 2 - 1, 0]$.