数学·高考版(理)

第5期

第2~3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C　2.A　3.C　4.D　5.A　6.C

7.C　8.B　9.D　10.B　11.A

12.B

提示：f(x)为分段函数，易得其值域为R.

因为 $f(x)=2^x(x<0)$ 的值域为(0,1)，$f(x)=\log_2x(x>0)$ 的值域为R，

所以f(x)的函数值在(0,1)上有两个解，所以若存在唯一的x，满足 $f(f(x))=8a^2+2a(a>0)$，则有 $f(f(x))\geqslant1$，即 $f(x)\geqslant2$，解得 $x\geqslant4$，所以当 $x\geqslant4$ 时，存在唯一的x，满足 $f(f(x))=8a^2+2a(a>0)$，所以 $8a^2+2a\geqslant1$，解得 $a\leqslant-\frac{1}{2}$（舍去），或 $a\geqslant\frac{1}{4}$，所以a的最小值为 $\frac{1}{4}$.故选B.

二、填空题

13.$\left(-\frac{1}{3},1\right)$

14.$(-\infty,0)$

15.$\left(-\frac{3}{4},+\infty\right)$

16.2

提示：函数 $f(x)=|\log_a|x-1||(a>0$，且 $a\neq1)$ 的图象如图所示.

由 $f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow|\log_a|x_1-1||=|\log_a|x_2-1||$，且 $|x_1-1|>1,0<|x_2-1|<1$，

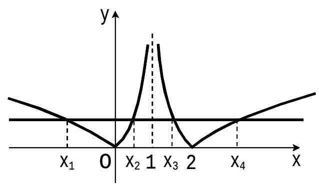
所以必有 $\log_a|x_1-1|=-\log_a|x_2-1|$，

所以 $\log_a|x_1-1|+\log_a|x_2-1|=0\Rightarrow(1-x_1)(1-x_2)=1$，

所以 $x_1x_2-(x_1+x_2)+1=1\Rightarrow x_1x_2-(x_1+x_2)=0\Rightarrow\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=1$，即 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=1$.

同理，可得 $\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}=1$.

所以 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}=2$.



（第16题图）

三、解答题

17.解：(1)原式 $=-5\log_{3^2}2^2+\log_32^5-\log_39-3-64^{\frac{2}{3}}=-5\log_32+5\log_32-2-3-4^2=-21$.

(2)由 $\log_3(6^x-9)=3=\log_327$，

得 $6^x-9=27$，解得 $x=2$，

经检验：$x=2$ 符合题意.

18.解：(1)依题意，得 $(m-1)^2=1$，

解得 $m=0$ 或 $m=2$.

当 $m=2$ 时，

$f(x)=x^{-2}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

不符合题意，舍去.

当 $m=0$ 时，$f(x)=x^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，符合题意.

所以 $m=0$.

(2)由(1)可知 $f(x)=x^2$.

当 $x\in[1,2]$ 时，

$f(x),g(x)$ 单调递增，

所以 $A=[1,4],B=[2-k,4-k]$.

因为 $A\cup B=A$，所以 $B\subseteq A$，

所以 $\begin{cases}2-k\geqslant1,\\4-k\leqslant4,\end{cases}$ 解得 $0\leqslant k\leqslant1$.

故实数k的取值范围是[0,1].

19.解：(1)设日销售量为 $\frac{k}{e^x}$，

则 $\frac{k}{e^{40}}=10$，所以 $k=10e^{40}$，

所以日利润 $y=(x-30-t)\cdot\frac{10e^{40}}{e^x}$.

所以 $y=\frac{10e^{40}(x-30-t)}{e^x}(35\leqslant x\leqslant41)$.

(2) $y'=\frac{10e^{40}(31+t-x)}{e^x}$，

令 $y'=0$，得 $x=31+t$.

①当 $2\leqslant t\leqslant4$ 时，$33\leqslant31+t\leqslant35$，

所以当 $35\leqslant x\leqslant41$ 时，$y'\leqslant0$.

所以当 $x=35$ 时，y取最大值，最大值为 $10(5-t)e^5$.

②当 $4<t\leqslant5$ 时，$35<t+31\leqslant36$，函数y在 $[35,t+31]$ 上单调递增，在 $[t+31,41]$ 上单调递减.

所以当 $x=t+31$ 时，y取最大值 $10e^{9-t}$.

所以当 $2\leqslant t\leqslant4$ 时，$x=35$ 时，日利润最大值为 $10(5-t)e^5$ 元；

当 $4<t\leqslant5$ 时，$x=31+t$ 时，日利润最大值为 $10e^{9-t}$ 元.

20.解：(1)因为f(x)为偶函数，所以对任意的 $x\in R$，都有 $f(x)=f(-x)$，

即 $a^{|x+b|}=a^{|-x+b|}$，

等价于 $|x+b|=|-x+b|$，所以 $b=0$.

(2)记 $h(x)=|x+b|=\begin{cases}x+b,x\geqslant-b,\\-x-b,x<-b.\end{cases}$

①当 $a>1$ 时，因为f(x)在区间 $[2,+\infty)$ 上是增函数，所以h(x)在区间 $[2,+\infty)$ 上也是增函数，

所以 $-b\leqslant2$，所以 $b\geqslant-2$；

②当 $0<a<1$ 时，因为f(x)在区间 $[2,+\infty)$ 上是增函数，

所以h(x)在区间 $[2,+\infty)$ 上是减函数，但h(x)在区间 $[-b,+\infty)$ 上是增函数，故不可能.

综上，f(x)在区间 $[2,+\infty)$ 上是增函数时，a、b应满足的条件为 $a>1$，且 $b\geqslant-2$.

21.解：(1) $F(x)=2\log_a(x+1)+\log_a\frac{1}{1-x}$ $(a>0$ 且 $a\neq1)$，

由 $\begin{cases}x+1>0,\\1-x>0,\end{cases}$ 解得 $-1<x<1$，

所以函数F(x)的定义域为(-1,1).

令 $F(x)=0$，

则 $2\log_a(x+1)+\log_a\frac{1}{1-x}=0$，(*)

方程等价于 $\log_a(x+1)^2=\log_a(1-x)$，

即 $(x+1)^2=1-x$，

解得 $x_1=0,x_2=-3$（舍去）.

综上，函数F(x)的定义域D为(-1,1)，零点是0.

(2) $m=2\log_a(x+1)+\log_a\frac{1}{1-x}=\log_a\left(1-x+\frac{4}{1-x}-4\right)(0\leqslant x<1)$，

则 $a^m=1-x+\frac{4}{1-x}-4$.

设 $1-x=t\in(0,1]$，

则函数 $y=t+\frac{4}{t}$ 在区间(0,1]内是减函数，

当 $t=1$，即 $x=0$ 时，$y_{min}=5$，

所以 $a^m\geqslant5-4=1$.

所以当 $a>1$ 时，$m\geqslant0$，方程有解；

当 $0<a<1$ 时，$m\leqslant0$，方程有解.

综上，当 $a>1$ 时，实数m的取值范围是 $[0,+\infty)$；当 $0<a<1$ 时，实数m的取值范围是 $(-\infty,0]$.

22.解：(1)因为 $x\in[-1,1]$，

所以 $\left(\frac{1}{3}\right)^x\in\left[\frac{1}{3},3\right]$，

设 $t=\left(\frac{1}{3}\right)^x,t\in\left[\frac{1}{3},3\right]$，

则 $g(t)=t^2-2at+3=(t-a)^2+3-a^2$.

当 $a<\frac{1}{3}$ 时，

$[g(t)]_{min}=h(a)=g\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{28}{9}-\frac{2a}{3}$；

当 $\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant3$ 时，

$[g(t)]_{min}=h(a)=g(a)=3-a^2$；

当 $a>3$ 时，

$[g(t)]_{min}=h(a)=g(3)=12-6a$.

所以 $h(a)=\begin{cases}\frac{28}{9}-\frac{2a}{3}\left(a<\frac{1}{3}\right),\\3-a^2\left(\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant3\right),\\12-6a(a>3).\end{cases}$

(2)假设满足题意的m,n存在，

因为h(a)的定义域为[n,m]，

值域为 $[n^2,m^2]$，

又 $m>n>3$ 时，

$h(a)=12-6a$ 在 $(3,+\infty)$ 上是减函数，

所以 $\begin{cases}12-6m=n^2,\\12-6n=m^2,\end{cases}$

相减，得 $6(m-n)=(m-n)(m+n)$.

因为 $m>n>3$，所以 $m-n\neq0$，

所以 $m+n=6$ 但这与 $m>n>3$ 矛盾，

所以满足题意的m,n不存在.