

数学·人教 A(必修 2)

第 1 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.C

2.B

3.B

4.A

提示:字母 N 和 L,K 属于中心投影,字母 C 属于平行投影,故选 A.

5.C

6.B

7.A

8.B

提示:设底面半径为 r . 根据题意,有 $(2\pi r)^2 = 4\pi S$, 解得 $\pi r^2 = S$, 即圆柱的底面积为 S .

9.D

提示:设四棱台的上、下底面面积分别为 S' , S , 截得这个棱台的棱锥的高为 h , 小棱锥的高为 h' , 则有 $\frac{h'}{h} = \sqrt{\frac{S'}{S}} =$

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}, \text{ 所以 } \frac{V_{\text{小棱锥}}}{V_{\text{棱锥}}} = \frac{\frac{1}{3}S'h'}{\frac{1}{3}Sh} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{8}, \text{ 所以 } \frac{V_{\text{棱台}}}{V_{\text{棱锥}}} = \frac{7}{8}.$$

10.C

提示:由三视图可知,该几何体的上部为圆柱,且圆柱的高为 1,底面半径为 1;下部为圆台,且圆台的上底面半径为 1,下底面半径为 2,高为 $\sqrt{3}$,则母线长为 $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (2-1)^2} = 2$,所以圆柱的侧面积为 $2\pi \times 1 = 2\pi$,上底面面积为 π ;圆台的侧面积为 $\pi \times (1+2) \times 2 = 6\pi$,下底面面积为 $\pi \times 2^2 = 4\pi$. 所以该几何体的表面积为 $2\pi + \pi + 6\pi + 4\pi = 13\pi$.

11.B

提示:设圆锥筒的底面半径为 r ,高为 h 由题意可得 $2\pi r = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 4$, 解得 $r=1$.

所以 $h = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$. 故圆锥筒的容积 $V = \frac{1}{3} \pi \times 1^2 \times \sqrt{15} = \frac{\sqrt{15}}{3} \pi (\text{cm}^3)$.

12.D

提示:正四棱锥如图所示,设球心

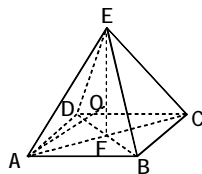
为 O ,半径为 R ,

则在 $\text{Rt}\triangle OFA$ 中,有 $OF^2 + AF^2 = OA^2$,

$$\text{即 } (4-R)^2 + (\sqrt{2})^2 = R^2, \text{ 解得 } R = \frac{9}{4}.$$

所以此球的体积为 $\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times$

$$\left(\frac{9}{4}\right)^3 = \frac{243}{16} \pi.$$



(第 12 题图)

二、填空题

13.5, 9, 3, 6

14.18

$$15. \frac{\sqrt{2}}{4}$$

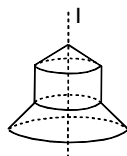
16.29cm

三、解答题

17.解:分别连接 A_1B, A_1C, BC_1 , 可将三棱台分为 3 个三棱锥, 即三棱锥 A_1-ABC , 三棱锥 $B-A_1B_1C_1$ 及三棱锥 $C-A_1BC_1$. (本题答案不唯一)

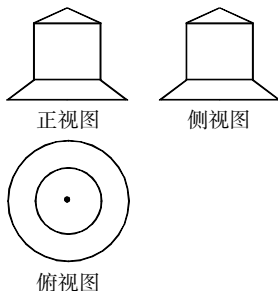
18.解:(1)这个几何体自下而上是由一个圆台,接一个与圆台上底面同底的圆柱,再接一个与圆柱上底面同底的圆锥形成的组合体.

(2)这个几何体的直观图如下图所示:



(第 18 题图)

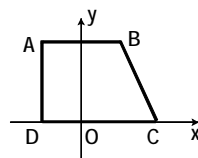
(3)这个几何体的三视图如下图所示:



(第 18 题图)

19.解:如图,建立平面直角坐标系 xOy ,在 x 轴上截取 $OD=O'D'=1, OC=O'C'=2$,在过点 D 且与 y 轴平行的直线上截取 $DA=2D'A'=2$,在过点 A 且与 x 轴平行的直

线上截取 $AB=A'B'=2$,连接 BC ,即得到了原图形.易知原四边形 $ABCD$ 是直角梯形,上底 $AB=2$,下底 $CD=3$,高 $AD=2$,所以其面积 $S = \frac{(2+3) \times 2}{2} = 5$.



(第 19 题图)

20.解:(1)由题意,得

$$S_{\text{正四棱台}} = 4 \times \frac{1}{2} \times (2.5R + 3R) \times 0.6R +$$

$$(2.5R)^2 + (3R)^2 = 21.85R^2, S_{\text{球}} = 4\pi R^2.$$

所以这个盖子的表面积为

$$S = (21.85 + 4\pi)R^2.$$

(2)若 $R=2\text{cm}, \pi=3.14$,

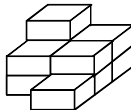
$$\text{则 } S = 137.64 (\text{cm}^2).$$

所以 100 个这样的盖子共需涂料 $(137.64 \times 100) \div 10000 \times 0.4 \approx 0.55 (\text{kg})$.

21.解:(1)由正视图与侧视图可知,该楼有 3 层;由俯视图可知,从前往后最多要经过 3 个房间.

(2)由正视图与侧视图可知,最高一层的房间在左侧的最后一排.

此楼大致形状如图所示.



(第 21 题图)

22.解:(1)根据题意画出示意图如图所示,由相似性可得 $\frac{O'B}{OA} = \frac{O'S}{OS}$,

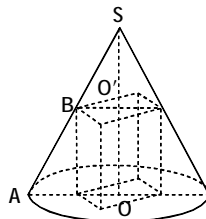
$$\text{即 } \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}x}{3} = \frac{6\sqrt{2}-h}{6\sqrt{2}},$$

$$\text{解得 } h = 6\sqrt{2} - 2x (0 < x < 3\sqrt{2}).$$

(2)设该正四棱柱的表面积为 y ,

$$\text{则 } y = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + 4x(6\sqrt{2} - 2x) = -6(x - 2\sqrt{2})^2 + 48.$$

因为 $0 < x < 3\sqrt{2}$, 所以当 $x = 2\sqrt{2}$ 时,该正四棱柱的表面积最大,最大值等于 48.



(第 22 题图)

数学·人教 A(必修 2)

第 2 期

第 2~3 版章节测试题参考答案

一、选择题

1.D

提示:选项 A 中的图形经过折叠围成四棱柱;选项 B 中的图形经过折叠围成五棱柱;选项 C 中的图形经过折叠围成三棱柱;选项 D 中底面是四边形,只有三个侧面,不能围成棱柱,故选 D.

2.C

提示:直角三角形绕其直角边旋转一周形成的几何体是圆锥,而绕其斜边旋转一周形成的几何体是两个同底的圆锥,故选项 C 不正确.

3.C

提示:俯视图应为两个实线同心圆.

4.D

5.C

6.A

提示:设圆锥的母线长为 l .

由圆锥的侧面展开图是半圆,

得 $2\pi a = \frac{1}{2} \cdot 2\pi l$, 故 $l = 2a$.

所以 $S_{侧} = \pi a l = 2\pi a^2$.

7.B

8.C

提示:设三棱台的高为 h , 上底面面积为 S , 则下底面面积为 $4S$.

所以 $V_{台} = \frac{1}{3}h(S + 4S + \sqrt{S \cdot 4S}) = \frac{7}{3}Sh$,

$V_{柱} = Sh$, 所以 $\frac{V_{柱}}{V_{台} - V_{柱}} = \frac{3}{4}$.

9.C

提示:根据题意,可知取出的两个玻璃球的体积之和等于下降的水的体积.设水面下降 h cm, 则有 $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 \times 2 = \pi \times$

$8^2 \times h$, 解得 $h = \frac{9}{8}$.

10.A

提示:点 D 在侧面 ADD_1A_1 上的正投影就是它本身,点 N 的正投影是棱 AD 的中点,点 M 的正投影是棱 AA_1 的中点,故只有选项 A 中的图形符合.

11.B

提示:还原正方体后,前面、后面、上面、下面、左面、右面分别对应的是:0,快,2,7,乐,1.故选 B.

12.A

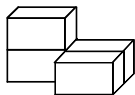
提示:当截面平行于正方体的一个侧面时得③,当截面过正方体的体对角线时得④,当截面既不过体对角线又不与任一侧面平行时得①,但无论如何都不能截得②.

二、填空题

13.4

提示:由三视图可知几何体如图所

示,则堆成这个几何体的木块共有 4 块.



(第 13 题图)

14.4cm, 0.5cm, 2cm, 1.6cm

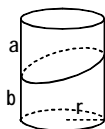
提示:由比例可知长方体的长、宽、高和棱锥的高应分别为 4cm, 1cm, 2cm 和 1.6cm, 再结合直观图, 图形的尺寸应为 4cm, 0.5cm, 2cm, 1.6cm.

15.由底面半径为 $\sqrt{3}$, 高为 $\frac{5}{2}$ 的大圆锥挖去一个同底且高为 1 的小圆锥

提示:过点 A 作 $AD \perp BC$ 的延长线于 D. 易知 $AD = \sqrt{3}$, $BD = 1$, 故旋转体是由底面半径为 $\sqrt{3}$, 高为 $\frac{5}{2}$ 的大圆锥挖去一个同底且高为 1 的小圆锥得到的.

16. $\frac{1}{2}\pi r^2(a+b)$

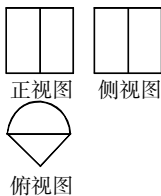
提示:补上一个相同形状的几何体, 如图所示, 可得底面半径为 r , 高为 $a+b$ 的圆柱, 故所求几何体的体积为 $\frac{1}{2}\pi r^2(a+b)$.



(第 16 题图)

三、解答题

17.解:三视图如图所示.



(第 17 题图)

18.解:(1)画轴.如图 1, 画出 x' 轴、 y' 轴, 两轴相交于点 O' , 使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$.

(2)定点.在 x' 轴上取 $O'B' = 4$, $O'M = 2$. 画 $MA' \parallel y'$ 轴且 $MA' = 2$, 得点 A' ; 画 $B'C' \parallel y'$ 轴且 $B'C' = 1$, 得点 C' .

(3)成图.顺次连接 O', A', B', C' , 并擦去辅助线, 得到四边形 $OABC$ 的直观图 $O'A'B'C'$ 如图 2 所示.

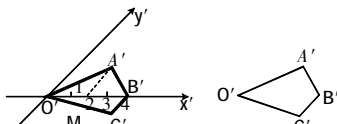


图 1

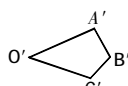


图 2

(第 18 题图)

19.解:从图中可以看出,上、下两个面的表面积是相同的,同样,前与后,左与右两个面的表面积也是分别相同的.因为小正方体的棱长是 1cm, 所以上面的表面积为 $1^2 \times 9 = 9(\text{cm}^2)$, 前面的表面积

为 $1^2 \times 8 = 8(\text{cm}^2)$, 左面的表面积为 $1^2 \times 7 = 7(\text{cm}^2)$. 所以几何体的表面积为 $(9+8+7) \times 2 = 48(\text{cm}^2)$.

20.解:(1)由三视图可知,该几何体是个组合体,其上部分是个三棱锥,其三条侧棱两两垂直;下部分为一个半球,并且三棱锥的底面与半球的底面相切.

(2)由图可知, $V_{三棱锥} = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 1 \times 1) \times 1 = \frac{1}{6}$; 球半径 $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $V_{半球} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times (\frac{\sqrt{2}}{2})^3 = \frac{\sqrt{2}}{6} \pi$.

所以此几何体的体积 $V = \frac{1 + \sqrt{2}}{6} \pi (\text{cm}^3)$.

(3)这 100 件铁件的质量 $m = 100 \times \frac{1 + \sqrt{2}}{6} \pi \times 7.8 \approx 130 \times (1 + 1.4 \times 3.1) = 694.2(\text{g})$.

21.解:设圆柱形铁管的底面半径为 r cm, 则高 $h = 5$ cm, 由表面积公式可得 $2\pi r^2 + 2\pi rh = 12\pi$, 解得 $r = 1$, $h = 5$.

所以 $4\sqrt{(\frac{5}{4})^2 + (2\pi)^2} \approx 25.61(\text{cm})$.

所以铁丝的最短长度约为 25.61cm.

22.解:(1)设圆台下底面半径为 R . 由题意,得 $2\pi R = \frac{60 \cdot \pi}{180} \times 72$, 解得 $R = 12$.

设所剪圆的圆心为 O' , 连接 OO' 并延长, 交 \widehat{CD} 于点 F , 如图 1 所示,

则 $\angle BOO' = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$.

作 $O'E \perp OB$ 于 E ,

由 OB 是切线, 知 $O'E = R$.

所以在 $\text{Rt} \triangle O'O E$ 中,

$OO' = 2O'E = 2R$.

所以 $OF = OO' + O'F = 3R = 36(\text{cm})$.

所以 $AD = OA - OD = OA - OF = 36(\text{cm})$.

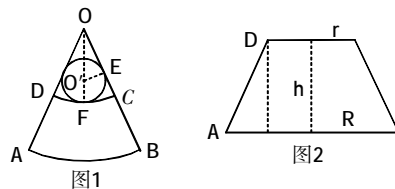


图 1

图 2

(第 22 题图)

(2)设圆台上底面半径为 r , 高为 h .

由 $2\pi r = \frac{60 \cdot \pi}{180} \times 36$, 解得 $r = 6$.

作出圆台的轴截面如图 2 所示,

则 $h = \sqrt{AD^2 - (R - r)^2} = 6\sqrt{35}$.

故 $V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + \sqrt{R^2 - r^2} + r^2)$

$= \frac{1}{3} \pi \times 6 \sqrt{35} \times (12^2 + 12 \times 6 + 6^2)$

$= 504 \sqrt{35} \pi (\text{cm}^3)$.

数学·人教 A(必修 2)

第 3 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.D

提示: $a \subset \alpha, a \subset \beta, b \subset \beta, \alpha \cap \beta = a,$

$A \in a.$

2.C

提示:由公理 1,知选 C.

3.D

4.D

提示:根据异面直线的定义,可知选 D.

5.B

提示:因为 $AC \parallel A_1C_1$, 所以 $\angle CAB$ 为异面直线 AB 与 A_1C_1 所成的角. 因为 $AC \parallel A_1C_1$, 所以 $\angle ACB$ 为异面直线 BC 与 A_1C_1 所成的角, 故 $\angle ACB = 60^\circ$.

6.B

提示:空间中直线与平面的位置关系有三种:平行、相交、在平面内,而异面是直线与直线之间的位置关系的一种.

7.D

8.D

提示:可以想象为两个平面相交,它们的交线与第三个平面再相交.

9.C

提示:A, B 中直线 PQ 与 RS 平行; D 中直线 PQ 与 RS 相交.

10.C

提示:以正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为模型, 直线 AB 与 B_1C_1 是异面直线, 侧棱 AA_1 所在直线与 AB, B_1C_1 都垂直, 而与侧棱 AA_1 平行的直线有无数条, 故选 C.

11.A

提示:当 $l \cap \alpha = P$ 时, a, b, c, \dots 是过点 P 的直线.

当 $l \parallel \alpha$ 时, 过 l 作平面 β , 使 $\beta \cap \alpha = a$, 则 l 与 a 共面.

由 $l \parallel \alpha$, 知 l 与 α 无公共点. 又 $a \subset \alpha$, 所以 l 与 a 无公共点. 所以 $l \parallel a$.

同理, $l \parallel b, l \parallel c, \dots$. 故 $a \parallel b \parallel c \dots$.

故选 A.

12.C

提示:借助长方体模型判断可知③错误, ①②④正确.

二、填空题

13.平行、相交或异面

提示:借助长方体模型可解决.

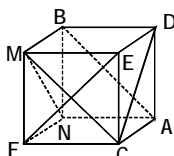
14. 60° 或 120°

15.1 或 4

提示:四点共面或四点连线构成三棱锥.

16.①③

提示:把展开图还原后如图所示, 则 $AB \perp EF$, EF 与 MN 为异面直线, $AB \parallel CM, MN \perp CD$, 只有①③正确.



(第 16 题图)

三、解答题

17.证明:在 $\triangle AOB$ 中, $\frac{OA_1}{OA} = \frac{OB_1}{OB}$,

所以 $A_1B_1 \parallel AB$.

同理, $B_1C_1 \parallel BC$.

因为 $\angle A_1B_1C_1$ 与 $\angle ABC$ 的方向相同,

所以 $\angle A_1B_1C_1 = \angle ABC$.

同理, $\angle B_1A_1C_1 = \angle BAC$,

所以 $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$.

18.证明:因为 EF 是梯形 ABCD 的中位线,

所以 $EF \parallel AB$, 且 $EF = \frac{1}{2}(AB + CD)$.

因为 $AB \parallel CD, CD \parallel C'D'$,

所以 $AB \parallel C'D'$.

又 G, H 分别为 AD' 和 BC' 的中点,

所以 $GH \parallel AB$, 且 $GH = \frac{1}{2}(AB + C'D')$.

又 $CD = C'D'$,

所以 $EF \parallel GH$, 且 $EF = GH$.

所以四边形 EFGH 为平行四边形.

19.解:因为 AB 为圆 O 的直径, C 为 \widehat{AB} 的中点, 所以 $OC \perp AB$. 连接 AC.

因为 $OA = OC$, 所以 $\angle ACO = 45^\circ$.

又 E 为劣弧 \widehat{CB} 的中点,

所以 $\angle COE = \frac{1}{2} \angle COB = 45^\circ$.

所以 $\angle ACO = \angle COE$.

所以 $AC \parallel OE$.

所以 $\angle PAC$ 或其补角即为异面直线 PA 和 OE 所成的角.

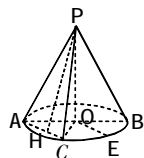
过点 P 作 $PH \perp AC$ 于 H, 如图所示.

在 $\triangle ACP$ 中, $AP = CP = \sqrt{5}$, $AC = \sqrt{2}$, 则 $AH = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

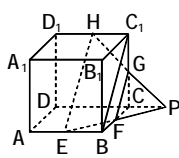
所以 $\cos \angle PAC = \frac{AH}{AP} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

所以异面直线 PA 与 OE 所成角的

余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$.



(第 19 题图)



(第 20 题图)

20.证明:如图, 连接 EH, BC_1 , GF.

因为 E, F, G, H 分别是棱 AB, BC, CC_1, C_1D_1 的中点,

所以 $GF \parallel \frac{1}{2}BC_1, EH \parallel BC_1$,

所以 $GF \parallel EH$, 且 $GF \neq EH$.

所以四边形 EFGH 为梯形,

从而两腰 EF, HG 所在直线必相交于一点 P.

因为 $P \in EF, EF \subset$ 平面 ABCD,

所以 $P \in$ 平面 ABCD.

同理, $P \in$ 平面 CDD_1C_1 , 即 P 是平面 ABCD 和平面 CDD_1C_1 的公共点.

因为平面 ABCD \cap 平面 $CDD_1C_1 = DC$,

所以 $P \in DC$ (公理 3).

故直线 EF, HG, DC 交于一点.

21.证明:如图, 直线 $a \parallel b, a \cap$ 平面 $\alpha = P$, 则需求证: 直线 b 与平面 α 相交. 证明过程如下:

因为 $a \parallel b$,

所以 a 与 b 确定一个平面, 设为 β .

因为 $a \cap \alpha = P, a \subset \beta$,

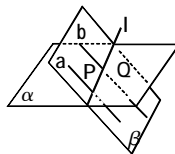
所以 α 与 β 相交于过点 P 的直线, 设为 l.

在平面 β 内, 因为 $a \parallel b, l$ 与 a 相交, 所以 l 与 b 相交, 设交点为 Q, 则 b 与 α 有一个交点 Q.

所以 $b \subset \alpha$ 或 b 与 α 相交.

若 $b \subset \alpha$, 则 $b = \alpha \cap \beta$, 所以 b 与 l 重合, 则 a 与 b 相交, 与已知“ $a \parallel b$ ”矛盾, 所以 b 不可能在 α 内.

所以直线 b 和平面 α 相交.



(第 21 题图)

22.解:(1) F 是 A_1D_1 的中点.

理由如下:

取 A_1D_1, AD 的中点 F, G, 连接 BG, FG, DF (如图 1).

在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 易证四边形 BEDG 和四边形 BB_1FG 都是平行四边形,

所以 $DE \parallel BG, BG \parallel B_1F$, 所以 $DE \parallel B_1F$, 所以 B_1, E, D, F 四点共面.

所以 $A_1D_1 \cap$ 平面 $B_1ED = F$.

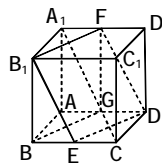


图 1

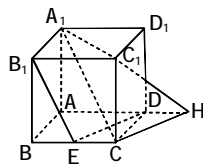


图 2

(第 22 题图)

(2) 如图 2, 过点 C 作 $CH \parallel DE$, 交 AD 的延长线于点 H, 连接 A_1H ,

则 $\angle A_1CH$ (或其补角) 是异面直线 A_1C 与 DE 所成的角.

因为 $A_1C = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$, $CH = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$, $A_1H = \sqrt{2^2 + (2+1)^2} = \sqrt{13}$, 所以 $A_1C^2 + CH^2 \neq A_1H^2$, 所以 $\angle A_1CH$ 不是直角.

所以 $EF \parallel$ 平面 DPO .