数学·人教A(必修2)

第5期

第3版同步周测题参考答案

一、选择题

1.D

提示:若平面α内的无数条直线是一组平行线,则l与α不垂直.故选D.

2.C

提示:若两点确定的直线与已知平面垂直,则过这两点有无数个平面与已知平面垂直;否则有且只有一个.

3.C

提示:由$AD\perp BC$,$BD\perp AD\Rightarrow AD\perp$平面BCD.因为$AD\subset$平面ADC,所以平面$ADC\perp$平面BCD.

4.D

5.C

提示:$B_1C\perp CD$,$BC\perp CD$,故$\angle B_1CB$是二面角B_1-DC-B的平面角.

6.C

7.B

8.D

提示:连接BC.因为$BD\perp AB$,且$\beta\perp\alpha$,所以$BD\perp\alpha$,则$BD\perp BC$.

在Rt△BAC中,$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=5$.

在Rt△CBD中,$CD=\sqrt{BC^2+BD^2}=13$.

9.B

10.B

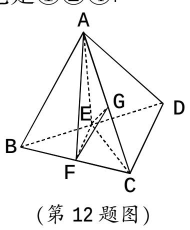
提示:由$PH\perp$平面ABC,且点P到△ABC的三边的距离相等,知点H到三边的距离相等,所以点H是△ABC的内心.

11.B

提示:因为$\angle BAC=90°$,所以$AB\perp AC$.又$BC_1\perp AC$,$AB\cap BC_1=B$,所以$AC\perp$平面ABC_1.又$AC\subset$平面ABC,所以平面$ABC\perp$平面ABC_1.根据面面垂直的性质,在平面ABC_1内一点C_1向平面ABC作垂线,垂足必落在交线AB上.故选B.

12.A

提示:如图所示,取BD的中点E,连接AE,CE,则$AE\perp BD$,$CE\perp BD$.所以$BD\perp$平面ACE.所以$AC\perp BD$,①正确.设折叠前正方形的边长为2,则$BD=2\sqrt{2}$,所以$AE=CE=\sqrt{2}$.由直二面角A-BD-C,可知平面$ABD\perp$平面BCD,所以$AE\perp$平面BCD.所以$AE\perp CE$.所以$AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=2$.所以△ABC是等边三角形,②正确.分别取BC,AC的中点F,G,连接EF,FG,EG,则∠EFG为异面直线AB,CD所成的角.易知EF=1,FG=1,EG=1,所以△EFG是等边三角形,∠EFG=60°,③错误.连接AF,因为$AF\perp BC$,$BC\perp CD$,$EF\parallel CD$,所以∠AFE为二面角A-BC-D的平面角.又$AE\perp EF$,所以$\tan\angle AFE=\dfrac{AE}{EF}=\sqrt{2}$,④正确.故正确的结论是①②④.



(第12题图)

二、填空题

13.平行

14.5或$\sqrt{73}$

提示:当A,B两点在α的同侧时,AB=5;当A,B两点在α的两侧时,$AB=\sqrt{73}$.

15.①③

提示:①③能保证这条直线垂直于该平面内的两条相交直线,②④中的两条直线可能是平行的.

16.若$a\perp\alpha$且$a\subset\beta$,则$\alpha\perp\beta$(或:若$a\perp\alpha$且$a\parallel\beta$,则$\alpha\perp\beta$.答案不唯一)

三、解答题

17.**证明**:(1)因为$VO\perp$平面ABC,$AB\subset$平面ABC,所以$VO\perp AB$.

连接VD.因为$AD=BD$,$VA=VB$,

所以$VD\perp AB$.又$VO\cap VD=V$,

所以$AB\perp$平面VCD.所以$AB\perp CD$.

(2)因为$VB^2+VC^2=13+16=29=BC^2$,

所以$VC\perp VB$.

由(1)知$AB\perp$平面VCD,

所以$VC\perp AB$.

因为$AB\cap VB=B$,

所以$VC\perp$平面VAB.

18.**证明**:(1)因为$AB=AC$,D是BC的中点,所以$AD\perp BC$.

因为平面$BB_1C_1C\perp$平面ABC,且交线为BC,所以$AD\perp$平面BB_1C_1C.

又$CC_1\subset$平面BB_1C_1C,

所以$AD\perp CC_1$.

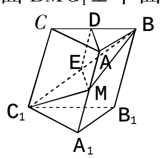
(2)如图所示,取BC_1的中点E,连接DE,ME,则$DE\underline{\parallel}\dfrac{1}{2}CC_1\underline{\parallel}\dfrac{1}{2}AA_1\underline{\parallel}AM$.

所以四边形$ADEM$是平行四边形.

所以$AD\parallel ME$.由(1)知$AD\perp$平面BB_1C_1C,所以$ME\perp$平面BB_1C_1C.

又$ME\subset$平面BMC_1,

所以平面$BMC_1\perp$平面BB_1C_1C.



(第18题图)

19.**解**:连接CM.

因为P是定点,要使PM的值最小,只需使$PM\perp AB$即可.

要使$PM\perp AB$,由于$PC\perp$平面ABC,故只需使$CM\perp AB$即可.

因为$\angle BAC=60°$,$AB=8$,

所以$AC=AB\cdot\cos60°=4$.

所以$CM=AC\cdot\sin60°=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

所以$PM=\sqrt{PC^2+CM^2}=\sqrt{16+12}=2\sqrt{7}$.

所以PM的最小值为$2\sqrt{7}$.

20.**证明**:连接AB_1,B_1C,BD.

因为$DD_1\perp$平面ABCD,$AC\subset$平面ABCD,所以$DD_1\perp AC$.

又$AC\perp BD$,$BD\cap DD_1=D$,

所以$AC\perp$平面BDD_1,

所以$AC\perp BD_1$.

同理可证$B_1C\perp BD_1$.

又$AC\cap B_1C=C$,

所以$BD_1\perp$平面AB_1C.

因为$EF\perp A_1D$,$A_1D\parallel B_1C$,

所以$EF\perp B_1C$.

又$EF\perp AC$,$B_1C\cap AC=C$,

所以$EF\perp$平面AB_1C.

所以$EF\parallel BD_1$.

21.(1)**证明**:在平行四边形$ABCD$中,由$EF\parallel BC\parallel AD$,$BD\perp AD$,知$EF\perp BD$.

所以折起后,仍然有$EF\perp DN$,$EF\perp BN$.又$DN\cap BN=N$,所以$EF\perp$平面BDN.

因为$EF\subset$平面$BCEF$,

所以平面$BCEF\perp$平面BDN.

而平面$BDN\cap$平面$BCEF=BN$,所以点D在平面$BCEF$上的射影在直线BN上.

又点D在平面$BCEF$上的射影在直线BC上,

所以点D在平面$BCEF$上的射影为点B.故$BD\perp$平面$BCEF$.

(2)**解**:连接BE.由(1)知$BD\perp$平面$BCEF$,所以$\angle DEB$即为直线DE与平面$BCEF$所成的角.

在平行四边形$ABCD$中,易知$DE=8$,$NB=2\sqrt{3}$,$NE=4$,

所以$BE=\sqrt{NE^2+NB^2}=2\sqrt{7}$.

折起后,在$\mathrm{Rt}\triangle DBE$中,

$DB=\sqrt{DE^2-BE^2}=6$,

所以$\sin\angle DEB=\dfrac{DB}{DE}=\dfrac{3}{4}$,

即直线DE与平面$BCEF$所成角的正弦值为$\dfrac{3}{4}$.

22.(1)**证明**:因为在菱形$ABCD$中,$\angle DAB=60°$,G为AD的中点,

所以$BG\perp AD$.

又平面$PAD\perp$平面$ABCD$,平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$,$BG\subset$平面ABCD,

所以$BG\perp$平面PAD.

(2)**解**:连接PG.

因为$\triangle PAD$为正三角形,G为AD的中点,所以$PG\perp AD$.

由(1)知$BG\perp AD$,$PG\cap BG=G$,

所以$AD\perp$平面PGB.

因为$AD\parallel BC$,所以$BC\perp$平面PGB.

所以$BC\perp PB$,$BC\perp BG$.

所以∠PBG为二面角A-BC-P的平面角.

在△PAD中,$PG=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$;

在菱形ABCD中,$BG=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

所以在Rt△PGB中,∠PBG=45°,

即二面角A-BC-P的大小是45°.

(3)**解**:当F为PC的中点时,满足平面$DEF\perp$平面$ABCD$.证明如下:

取PC的中点F,连接DE,EF,DF.

在$\triangle PBC$中,E,F分别为BC,PC的中点,则$FE\parallel PB$.

在菱形$ABCD$中,易证$GB\parallel DE$.

而$FE\subset$平面DEF,$DE\subset$平面DEF,

所以$PB\parallel$平面DEF,$GB\parallel$平面DEF.

又$PB\cap GB=B$,

所以平面$PGB\parallel$平面DEF.

易证$PG\perp$平面$ABCD$,

而$PG\subset$平面PGB,

所以平面$PGB\perp$平面$ABCD$.

故平面$DEF\perp$平面ABCD.

数学·人教A(必修2)
第6期
第2~3版章节测试题参考答案

一、选择题

1.D

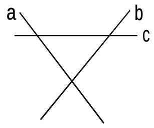
2.B

提示：与棱AA_1组成异面直线的棱有BC,CD,B_1C_1,C_1D_1,共4条.

3.D

4.C

提示：可用三线a,b,c表示三个平面,如图,将空间分成7部分.



(第4题图)

5.B

提示：由条件知,$EF\mathrel{\underline{\underline{\parallel}}}\frac{1}{5}BD$,$HG\mathrel{\underline{\underline{\parallel}}}\frac{1}{2}BD$,所以$EF\parallel HG$,且$EF\neq HG$.所以四边形$EFGH$是梯形.又$EF\parallel BD$,$EF\not\subset$平面$BCD$,$BD\subset$平面$BCD$,所以$EF\parallel$平面$BCD$.故选B.

6.D

提示：由已知条件,根据平面与平面平行的性质定理,可得$AC\parallel BD$.当点S位于两平面之间时,则$\frac{CS}{DS}=\frac{AS}{BS}=\frac{8}{9}$,且$CS+DS=CD=34$,解得$CS=16$;当点$S$不在两平面之间时,则$\frac{CS}{DS}=\frac{AS}{BS}=\frac{8}{9}$,且$DS-CS=CD=34$,解得$CS=272$.故选D.

7.B　8.B　9.D　10.C

11.D

提示：平面ADD_1A_1与平面D_1EF有公共点D_1,则由公理3知,必有过该点的公共直线l.在平面ADD_1A_1内与l平行的直线有无数条,且它们都不在平面D_1EF内,由线面平行的判定定理知它们都与平面D_1EF平行,故选D.

12.A

提示：连接BD,交AC于点O,连接SO.在正四棱锥$S-ABCD$中,点S在底面$ABCD$内的射影为点O,可得$SO\perp$平面$ABCD$,从而易证$AC\perp$平面SBD.分别取CD,CS的中点F,G,连接EF,FG,EG,则可证平面$EFG\parallel$平面SBD.所以$AC\perp$平面EFG.所以$AC\perp FG$.因此,点P在FG上移动时总有$AC\perp EP$.故选A.

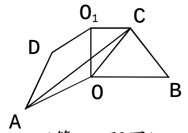
二、填空题

13.50°或130°

14.30°

15.$\frac{3\sqrt{13}}{13}$

提示：折叠后的图形如图所示.由$AO\perp OO_1$,平面$OADO_1\perp$平面$OBCO_1$且交线为OO_1,知$AO\perp$平面$OBCO_1$.所以$\angle ACO$即为AC与平面$OBCO_1$所成的角.在等腰梯形$ABCD$中,可得$AO=3$,$OC=\sqrt{OO_1^2+O_1C^2}=2$,所以在折叠后的图形中,$AC=\sqrt{AO^2+OC^2}=\sqrt{13}$.故$\sin\angle ACO=\frac{AO}{AC}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$.



(第15题图)

16.①③④

提示：①中,若直线$x\perp$平面z,且平面$y\perp$平面z,则$x\parallel y$或$x\subset y$,由已知$x\not\subset y$,故$x\parallel y$成立;②中,x可与y相交;③中,由直线与平面垂直的性质定理可知$x\parallel y$成立;④显然也成立;⑤中,x,y,z均为直线可异面垂直.故真命题是①③④.

三、解答题

17.**证明：**(1)因为AA_1,BB_1交于一点,所以AA_1与BB_1可确定平面α.

所以$A\in\alpha,B\in\alpha,A_1\in\alpha,B_1\in\alpha$.

所以$AB\subset\alpha,A_1B_1\subset\alpha$.

故AB和A_1B_1在同一平面内.

(2)因为$AB\cap A_1B_1=M$,$BC\cap B_1C_1=N$,所以平面$ABC\cap$平面$A_1B_1C_1=MN$.

因为$AC\cap A_1C_1=P$,

所以$P\in AC\subset$平面ABC,

且$P\in A_1C_1\subset$平面$A_1B_1C_1$,

即$P\in$平面$ABC\cap$平面$A_1B_1C_1$.

所以$P\in MN$.故M,N,P三点共线.

18.(1)**证明：**连接AC_1,交A_1C于点F,连接DF.

由矩形ACC_1A_1可得点F是AC_1的中点,又D是AB的中点,所以$DF\parallel BC_1$.

因为$BC_1\not\subset$平面A_1CD,$DF\subset$平面A_1CD,所以$BC_1\parallel$平面A_1CD.

(2)**解：**由(1)知$DF\parallel BC_1$,

所以$\angle A_1DF$或其补角为异面直线BC_1和A_1D所成的角.

设$AB=2$,

则$DF=\frac{1}{2}BC_1=\frac{1}{2}\sqrt{BC^2+CC_1^2}=1$,

$A_1D=\sqrt{AA_1^2+AD^2}=\sqrt{3}$,

$A_1F=\frac{1}{2}A_1C=\frac{1}{2}\sqrt{AA_1^2+AC^2}=1$.

在等腰$\triangle A_1DF$中,过点F作$FG\perp A_1D$于G,则在$Rt\triangle FGD$中,

可得$FG=\frac{1}{2}DF$,所以$\angle A_1DF=30°$.

故异面直线BC_1和A_1D所成角的大小为30°.

19.**证明：**过A,C,D_1的平面与平面EFG平行.证明如下：

由E,F,G分别是棱DA,DC,DD_1的中点,可得$GE\parallel AD_1$,$GF\parallel CD_1$.

因为$GE\subset$平面EFG,$GF\subset$平面EFG,

所以$AD_1\parallel$平面EFG,$CD_1\parallel$平面EFG.

又$AD_1\cap CD_1=D_1$,

所以平面$EFG\parallel$平面ACD_1.

20.(1)**证明：**因为M,N分别为PC,PB的中点,

所以$MN\parallel BC\parallel AD$.

所以A,D,M,N四点共面.

因为N是PB的中点,$PA=AB$,

所以$AN\perp PB$.

易证$AD\perp$平面PAB,所以$AD\perp PB$.

又$AN\cap AD=A$,

从而$PB\perp$平面$ADMN$.

因为$DM\subset$平面$ADMN$,

所以$PB\perp DM$.

(2)**解：**连接DN.

因为$PB\perp$平面$ADMN$,

所以$\angle BDN$是BD与平面$ADMN$所成的角.

设$PA=a$,则$BN=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,$BD=\sqrt{2}a$.

所以在$Rt\triangle BDN$中,

$\sin\angle BDN=\frac{BN}{BD}=\frac{1}{2}$,

所以$\angle BDN=30°$.

故BD与平面$ADMN$所成的角是30°.

21.(1)**证明：**因为$PC\perp\alpha$,$AB\subset\alpha$,

所以$PC\perp AB$.

同理,$PD\perp AB$.又$PC\cap PD=P$,

故$AB\perp$平面PCD.

(2)**解：**平面$\alpha\perp$平面β.证明如下：

设AB与平面PCD的交点为H,

连接CH,DH.

因为$AB\perp$平面PCD,

所以$AB\perp CH$,$AB\perp DH$,

所以$\angle CHD$是二面角α-AB-β的平面角.

又$PC=PD=1$,$CD=\sqrt{2}$,

所以$CD^2=PC^2+PD^2$,

即$\angle CPD=90°$.

在平面四边形PCHD中,

$\angle PCH=\angle PDH=\angle CPD=90°$,

所以$\angle CHD=90°$.

故平面$\alpha\perp$平面β.

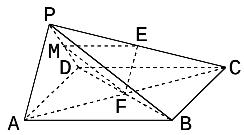
22.(1)**证明：**连接AC,如图所示.

因为E,F分别为PC,AC的中点,

所以$EF\parallel PA$.

又$PA\subset$平面PAD,$EF\not\subset$平面PAD,

所以$EF\parallel$平面PAD.



(第22题图)

(2)**证明：**因为平面$PAD\perp$平面ABCD,平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$,$CD\perp AD$,

所以$CD\perp$平面PAD.

又因为$CD\subset$平面PCD,

所以平面$PDC\perp$平面PAD.

(3)**解：**如图,取PD的中点M,连接EM,MF,则$EM\parallel CD$,故$PD\perp EM$.

因为$PA=PD=\frac{\sqrt{2}}{2}AD$,

所以$PA\perp PD$.

又因为$EF\parallel PA$,所以$PD\perp EF$.

所以$PD\perp$平面MEF.

所以$PD\perp MF$.

故$\angle EMF$是二面角B-PD-C的平面角.

因为$CD\perp PA$,所以$ME\perp EF$.

在$Rt\triangle FEM$中,$EF=\frac{1}{2}PA=\frac{\sqrt{2}}{4}a$,$EM=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}a$,则

$\tan\angle EMF=\frac{EF}{EM}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{4}a}{\frac{1}{2}a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故所求二面角的正切值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

数学·人教 A(必修 2)

第 7 期

第 3 版同步周测题参考答案

一、选择题

1.A

提示:直线 PQ 的斜率为 $\frac{9-1}{3-(-1)}=2$.

2.B

提示:因为直线 l_1 的斜率为 1,所以其倾斜角为 45°.又 $l_1\perp l_2$,所以 l_2 的倾斜角为 135°.

3.A

提示:A 中直线斜率小于 0,其倾斜角为钝角;B,C 中直线斜率均大于 0,倾斜角为锐角;D 中直线 $x=1$ 的斜率不存在,倾斜角为 90°.所以 A 中直线的倾斜角最大.

4.C

提示:由直线斜率乘积为−1 即可判断,可知选 C.

5.A

提示:令 $x=0$,得 $y=6$;令 $y=0$,得 $x=-2$.所以直线 l 在 y 轴上的截距是 6,在 x 轴上的截距是−2.故选 A.

6.D

提示:$|AC|=\sqrt{(3+1)^2+(4-0)^2}=4\sqrt{2}$,$|CB|=\sqrt{(5-3)^2+(6-4)^2}=2\sqrt{2}$,所以 $\frac{|AC|}{|CB|}=2$.

7.B

提示:设 $P(x,1)$,因为线段 PQ 的中点是$(1,-1)$,所以 $Q(2-x,-3)$.

将点 Q 坐标代入直线方程 $x-y-7=0$ 中,得 $2-x-(-3)-7=0$,解得 $x=-2$.所以 $P(-2,1)$.

8.D

提示:$|OP|$的最小值就是点 O 到直线 $2x-y+1=0$ 的距离,即 $d=\frac{|0-0+1|}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

9.C

提示:因为 $l/\!/x$ 轴,所以 l 与 x 轴没有交点,不存在横截距.所以直线 l 的方程不可用截距式写出.

10.B

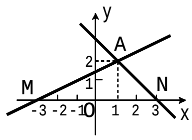
提示:当 $m<0,n>0$ 时,直线 $\frac{x}{m}-\frac{y}{n}=1$ 在 x 轴上的截距 $m<0$,在 y 轴上的截距 $-n<0$;$\frac{x}{n}-\frac{y}{m}=1$ 在 x 轴上的截距 $n>0$,在 y 轴上的截距 $-m>0$,B 中图象满足.故选 B.

11.A

提示:设第四点为点 C,若点 C 和 O 互为对角顶点,则其坐标为$(1+3-0,1+0-0)=(4,1)$;若点 C 和 A 互为对角顶点,则其坐标为$(0+3-1,0+0-1)=(2,-1)$;若点 C 和 B 互为对角顶点,则其坐标为$(1+0-3,1+0-0)=(-2,1)$.对照选项,可知选 A.

12.D

提示:设 $M(-3,0)$,$N(3,0)$,则 $k_{AM}=\frac{2-0}{1-(-3)}=\frac{1}{2}$,$k_{AN}=\frac{2-0}{1-3}=-1$.如图所示,可知 $k>\frac{1}{2}$ 或 $k<-1$.故选 D.



(第 12 题图)

二、填空题

13.二

提示:联立方程 $\begin{cases}ky-x=2k,\\kx-y=k-1,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=\frac{k}{k-1}<0,\\y=\frac{2k-1}{k-1}>0.\end{cases}$

故交点在第二象限.

14.$3x-4y-35=0$,或 $3x-4y-5=0$

提示:设直线方程为 $3x-4y+c=0$,则 $3=\frac{|c+20|}{5}$,所以 $c=-35$,或 $c=-5$.

15.-28

16.$\sqrt{10}$

三、解答题

17.**解:**直线 AB 的斜率 $k_{AB}=\frac{-3-(-4)}{6-3}=\frac{1}{3}$,直线 BC 的斜率 $k_{BC}=\frac{3-(-3)}{5-x-6}=\frac{6}{-x-1}$.

(1)因为 A,B,C 三点共线,所以 $k_{AB}=k_{BC}$,即 $\frac{1}{3}=\frac{6}{-x-1}$,解得 $x=-19$.

(2)因为∠B 为直角,所以 $AB\perp BC$,

所以 $k_{AB}\cdot k_{BC}=\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{-x-1}=-1$,解得 $x=1$.

18.**解:**(1)若直线 l 与直线 $3x-2y+4=0$ 平行,可设其方程为 $3x-2y+m=0$.

因为直线 l 过点 $P(2,1)$,所以 $3\times2-2\times1+m=0$,解得 $m=-4$.所以直线 l 的方程为 $3x-2y-4=0$.

(2)若直线 l 与直线 $3x-2y+4=0$ 垂直,可设其方程为 $2x+3y+n=0$.

将点 $P(2,1)$代入,有 $2\times2+3\times1+n=0$,解得 $n=-7$.所以直线 l 的方程为 $2x+3y-7=0$.

(3)①当直线 l 经过原点时,可得直线方程为 $y=\frac{1}{2}x$,即 $x-2y=0$.

②当直线 l 不经过原点时,设其方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$.把点 $P(2,1)$代入,解得 $a=3$.所以直线 l 的方程为 $x+y-3=0$.

综上,直线 l 的方程为 $x-2y=0$ 或 $x+y-3=0$.

19.**解:**(1)直线 AB 的斜率 $k_{AB}=\frac{3}{2}$,直线 AC 的斜率 $k_{AC}=-\frac{2}{3}$,所以 $k_{AB}\cdot k_{AC}=-1$.

所以 $AB\perp AC$.

故△ABC 是直角三角形.

(2)将 $3x-2y+6=0$ 与 $2x+3y-22=0$ 联立,解得 $x=2$,$y=6$,即 $A(2,6)$.

故点 A 到直线 BC 的距离为 $d=\frac{|3\times2+4\times6-m|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|30-m|}{5}$.

由已知条件,得 $\frac{|30-m|}{5}=1$,

解得 $m=25$,或 $m=35$.

20.**解:**(1)由两点式,得 l_1 的方程为 $\frac{y-1}{3-1}=\frac{x-2}{0-2}$,即 $y=-x+3$. ①

由点斜式,得 l_2 的方程为 $y-2=(-3)(x-4)$,即 $y=-3x+14$. ②

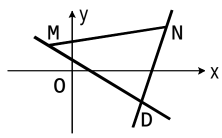
联立①②,解得 $x=\frac{11}{2}$,$y=-\frac{5}{2}$.

所以交点 D 的坐标为 $\left(\frac{11}{2},-\frac{5}{2}\right)$.

(2)易知直线 DM 的斜率 $k_1=-\frac{3}{5}$,

直线 DN 的斜率 $k_2=3$.

若直线 l_3 与线段 MN 相交,由下图可知,需 $k\leqslant-\frac{3}{5}$ 或 $k\geqslant3$.所以斜率 k 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{3}{5}\right]\cup[3,+\infty)$.



(第 20 题图)

21.(1)**证明:**直线方程可写成 $2x+y+4+m(x-2y-3)=0$.

解方程组 $\begin{cases}2x+y+4=0,\\x-2y-3=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-1,\\y=-2.\end{cases}$

故不论 m 为何实数,点$(-1,-2)$都适合方程 $2x+y+4+m(x-2y-3)=0$,

即适合方程$(2+m)x+(1-2m)y+4-3m=0$.故不论 m 为何实数,直线$(2+m)x+(1-2m)y+4-3m=0$ 必过定点$(-1,-2)$.

(2)**解:**设经过点$(-1,-2)$的直线与两坐标轴分别交于 $A(a,0)$,$B(0,b)$,

由中点坐标公式,得 $\begin{cases}\frac{a+0}{2}=-1,\\\frac{0+b}{2}=-2,\end{cases}$

解得 $a=-2$,$b=-4$.

故所求直线方程为 $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-4}=1$,

即 $2x+y+4=0$.

22.**解:**(1)由 $C(4,0)$,$D\left(\frac{12}{5},\frac{16}{5}\right)$,

得线段 CD 的中点为 $M\left(\frac{16}{5},\frac{8}{5}\right)$,

且 $k_{CD}=-2$.

所以线段 CD 的垂直平分线的斜率为 $\frac{1}{2}$,方程为 $y-\frac{8}{5}=\frac{1}{2}\left(x-\frac{16}{5}\right)$,即 $x-2y=0$.

(2)设 $P(2t,t)$,则 $|PA|^2+|PB|^2=(2t-1)^2+(t-1)^2+(2t-2)^2+(t-2)^2=10t^2-18t+10$.

故当 $t=-\frac{-18}{2\times10}=\frac{9}{10}$ 时,$|PA|^2+|PB|^2$ 取得最小值,此时点 P 的坐标为 $\left(\frac{9}{5},\frac{9}{10}\right)$.

数学·人教A(必修2)

第8期

第2~3版章节测试题参考答案

一、选择题

1.C

提示：根据直线 l_1,l_2 的斜率为正，且直线 l_1 的倾斜角大于 l_2 的倾斜角，可得 $0<k_2<k_1$. 又直线 l_3 的倾斜角为钝角，得 $k_3<0$，所以 $k_3<k_2<k_1$.

2.B　　3.B

4.B

提示：设点 $A(-2,1)$ 关于 x 轴的对称点为 A'，则 $A'(-2,-1)$.因为点 A 到光线与 x 轴交点的距离等于点 A' 到光线与 x 轴交点的距离，所以光线从点 A 到点 B 经过的路线长就是 $|A'B|$ 的距离，即 $\sqrt{(4+2)^2+(3+1)^2}=2\sqrt{13}$.

5.B

提示：因为 $k_{AB}=\frac{2\sqrt{3}+1-1}{1-(-1)}=\sqrt{3}$，所以直线 AB 的倾斜角为 60°.故直线 l 的倾斜角为 30°，$k_l=\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

6.C

提示：由题意，得 $\begin{cases}a^2+4a+3=0,\\a^2+a-6\neq0,\end{cases}$ 解得 $a=-1$.

7.C

提示：由直线 $l_1:y=ax-2a+5$，可得 $y-5=a(x-2)$，由点斜式可知该直线过定点 $A(2,5)$，则点 A 到直线 l_2 的距离为 $\frac{|2-10+3|}{\sqrt{1+(-2)^2}}=\sqrt{5}$.

8.D

9.B

提示：由 $k_{AB}=\frac{5-3}{2+4}=\frac{1}{3}=k_{CD}$，所以 AB∥CD.同理可得 AD 与 BC 不平行.又 $k_{DA}=-3$，所以 $k_{AB}\cdot k_{DA}=-1$，即 AB⊥AD，所以四边形 ABCD 为直角梯形.

10.C

11.C

提示：由题意知折叠线为 PQ 的垂直平分线，其直线方程为 $y=x+2$.又点 $(5,8)$ 与点 (m,n) 重合，即点 (m,n) 为点 $(5,8)$ 关于直线 $y=x+2$ 的对称点 $(6,7)$，所以 $m+n=13$.

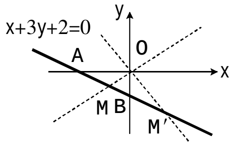
12.D

提示：由题意知点 $M(x_0,y_0)$ 到直线 $x+3y-2=0$ 与直线 $x+3y+6=0$ 的距离相等，

所以 $\frac{|x_0+3y_0-2|}{\sqrt{10}}=\frac{|x_0+3y_0+6|}{\sqrt{10}}$，化简，得 $x_0+3y_0+2=0$.又 $x_0>-2$，所以点 M 在射线 $x+3y+2=0(x>-2)$ 上.

由斜率的计算公式，可知 $\frac{y_0}{x_0}$ 表示点 M 与原点 O 连线的斜率 k.

由下图可知，当点 M 在线段 AB 内(不包括两端点)时，$k>0$；当点 M 在射线 BM 上(不包括端点 B)时，$k<-\frac{1}{3}$.所以 $\frac{y_0}{x_0}$ 的取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup(0,+\infty)$.



(第12题图)

二、填空题

13.4　　14.0或-1

15.8

提示：x^2+y^2 的最小值即为原点到直线 $x+y-4=0$ 距离的平方.

16.0

三、解答题

17.**解**：若 $a=-1$，则直线 l 的方程为 $y=-3$，此时 l 不过第二象限；

若 $a\neq-1$，则直线 l 可化为 $y=-(a+1)x+a-2$.

由直线 l 不经过第二象限，得 $\begin{cases}-(a+1)>0,\\a-2<0,\end{cases}$ 解得 $a<-1$.

综上，实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-1]$.

18.**解**：(1)由点 H 是垂心，可知 $BH\perp AC$.因为直线 BH 的斜率 $k_{BH}=\frac{2-4}{5-6}=2$，

所以直线 AC 的斜率 $k_{AC}=-\frac{1}{2}$.

又 $A(-10,2)$，所以直线 AC 的方程为 $y-2=-\frac{1}{2}(x+10)$，即 $x+2y+6=0$.　①

同理，由直线 AH 的斜率 $k_{AH}=0$，得直线 BC 与 x 轴垂直，故直线 BC 的方程为 $x=6$.　②

由①②，解得 $x=6$，$y=-6$.

所以顶点 C 的坐标为 $(6,-6)$.

(2)因为点 $A(-10,2)$ 到直线 $BC:x=6$ 的距离 $d=|-10-6|=16$，

且 $|BC|=\sqrt{(6-6)^2+(-6-4)^2}=10$，

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|BC|\cdot d=\frac{1}{2}\times10\times16=80$.

19.**解**：(1)当 x，y 的系数不同时为零时，该方程表示一条直线.

令 $m^2-2m-3=0$，解得 $m=-1$，或 $m=3$；令 $2m^2+m-1=0$，解得 $m=-1$，或 $m=\frac{1}{2}$.

所以该方程表示一条直线的条件是 $m\in\mathbf{R}$ 且 $m\neq-1$.

(2)若该方程表示的直线的斜率不存在，则 $2m^2+m-1=0$.结合(1)，可知 $m=\frac{1}{2}$，此时的直线方程为 $x=\frac{4}{3}$.

(3)令 $y=0$，则 $(m^2-2m-3)x+6-2m=0$.

所以 $m^2-2m-3\neq0$ 且 $\frac{2m-6}{m^2-2m-3}=-3$，

解得 $m=-\frac{5}{3}$.

(4)由倾斜角是 45°，得直线的斜率为 1，所以 $-\frac{m^2-2m-3}{2m^2+m-1}=1$，解得 $m=\frac{4}{3}$，或 $m=-1$(舍去).所以 $m=\frac{4}{3}$.

20.**解**：(1)设点 A 关于直线 l 的对称点为 A'，则 $A'(-3,3)$.

在直线 l 上任取一点 P'，则 $|P'A|+|P'B|=|P'A'|+|P'B|\geq|A'B|$，当 A'，P'，B 三点共线时等号成立.所以直线 $A'B$ 与直线 l 的交点即为点 P.

由两点式，得直线 $A'B$ 的方程为 $\frac{y-1}{3-1}=\frac{x-5}{-3-5}$，即 $x+4y-9=0$.与 $y=x$ 联立，解得 $x=\frac{9}{5}$，$y=\frac{9}{5}$.所以 $P\left(\frac{9}{5},\frac{9}{5}\right)$.

(2)在直线 l 上任取一点 Q'，则 $||Q'A|-|Q'B||\leq|AB|$，当 A，B，Q' 三点共线时等号成立.所以直线 AB 与直线 l 的交点即为点 Q.

由两点式，得直线 AB 的方程为 $2x-y-9=0$.与 $y=x$ 联立，解得 $x=9$，$y=9$.所以 $Q(9,9)$.

21.**解**：(1)直线 $l_1:2x-y+a=0$ 即 $-4x+2y-2a=0$，所以 $\frac{|-2a-1|}{\sqrt{16+4}}=\frac{7\sqrt{5}}{10}$，解得 $a=3$，或 $a=-4$.又 $a>0$，所以 $a=3$.

(2)假设存在点 P，设其坐标为 (m,n)，则 $m>0$，$n>0$.

由点 P 满足条件②，可得 $\frac{|2m-n+3|}{\sqrt{4+1}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{|4m-2n-1|}{\sqrt{16+4}}$.

化简，得 $4m-2n+13=0$，或 $12m-6n+11=0$.

由点 P 满足条件③，可得 $\frac{|2m-n+3|}{\sqrt{4+1}}:\frac{|m+n-1|}{\sqrt{1+1}}=\sqrt{2}:\sqrt{5}$.

化简，得 $m-2n+4=0$，或 $3m+2=0$.

由 $m>0$，舍去 $3m+2=0$.

联立 $4m-2n+13=0$ 与 $m-2n+4=0$，

解得 $m=-3$，$n=\frac{1}{2}$；

联立 $12m-6n+11=0$ 与 $m-2n+4=0$，

解得 $m=\frac{1}{9}$，$n=\frac{37}{18}$.

又 $m>0$，

所以点 P 的坐标为 $\left(\frac{1}{9},\frac{37}{18}\right)$.

故能找到一点 $P\left(\frac{1}{9},\frac{37}{18}\right)$ 同时满足这三个条件.

22.**解**：以 l_1 为 x 轴，l_2 为 y 轴，O 为坐标原点建立平面直角坐标系，则 $O(0,0)$，$P(3,2)$.

(1)由 $\angle BAO=45°$，知 $|OA|=|OB|$，可设 $A(a,0)$，$B(0,a)(a>0)$，则直线 l 的方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$.

因为点 $P(3,2)$ 在直线 l 上，所以 $\frac{3}{a}+\frac{2}{a}=1\Rightarrow a=5$.故 OA 的长为 5 千米.

(2)设 $A(a,0)$，$B(0,b)(a>0,b>0)$，

则直线 l 的方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

因为点 $P(3,2)$ 在直线 l 上，所以 $\frac{3}{a}+\frac{2}{b}=1$.故 $b=\frac{2a}{a-3}(a>3)$.

从而 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}a\cdot\frac{2a}{a-3}=\frac{a^2}{a-3}$.

令 $a-3=t$，则 $a^2=(t+3)^2=t^2+6t+9(t>0)$.

故有 $S_{\triangle AOB}=\frac{t^2+6t+9}{t}=t+\frac{9}{t}+6\geq2\sqrt{t\cdot\frac{9}{t}}+6=12$，当且仅当 $t=\frac{9}{t}$，即 $t=3$ 时，等号成立.

所以若使 $\triangle AOB$ 的面积最小，则 $t=3$，此时 $a=6$，$b=4$，即 OA 的长为 6 千米，OB 的长为 4 千米.